

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Ecole Nationale Polytechnique
d'Oran Maurice Audin



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
بوهران مورييس أودان

Département de la Formation préparatoire Sciences et
Technologies

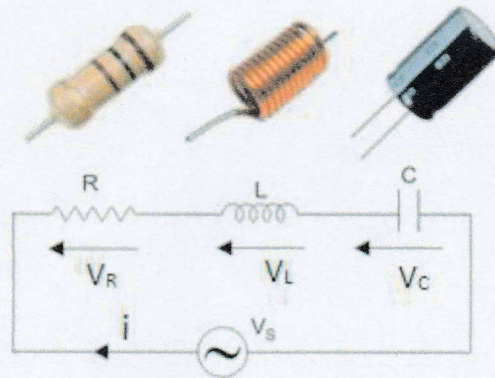
FPST

Polycopié

Electricité Générale

Cours & exercices corrigés

M^{me} EL BOUSLEMTI Rahmouna



2023 - 2024

Objectifs de l'enseignement

L'objectif de l'enseignement de cette matière est de fournir à l'étudiant les bases de l'Electricité.

Connaissances préalables recommandées

Il est recommandé de maîtriser les mathématiques du S1 (Analyse & Algèbre 1).

Préambule

Ce polycopié de cours intitulé “Électricité Générale” est destiné aux étudiants de 2ème année en classes préparatoires du département de la formation préparatoire en sciences et technologies (FPST) et aux étudiants en licence L2 (ST).

L'électricité générale est un cours de base pour tous les étudiants en génie électrique. Il est conçu de façon à aplanir au mieux les difficultés inhérentes au discours scientifique tout en conservant la rigueur nécessaire.

Ce cours est structuré suivant le CANEVAS (programme officiel du LMD) en trois grands chapitres, en premier lieu des notions de base en électricité seront présentées ainsi que la résolution des circuits électriques par les méthodes les plus utilisées à savoir : méthode de Kirchoff, méthode de superposition, méthode de Thévenin, méthode de Norton, méthode de Millman et méthode de Kennely. Ensuite en deuxième lieu ce cours propose une partie théorique et pratique sur le régime transitoire, les circuits à courant alternatif monophasés, l'association des impédances, la puissance en alternatif, finalement les systèmes triphasés.

Des exercices d'application avec leurs solutions entièrement détaillées figurent à la fin de ce polycopié de cours.

J'espère que ce modeste travail puisse aider les étudiants à acquérir des outils précieux pour comprendre et assimiler le principe de l'électricité générale. Je souhaite que chaque étudiant puisse y trouver les clés de sa réussite.

Conseils aux étudiants pour bien commencer

Vous devez suivre les conseils suivants :

- * Soyez réguliers dans l'effort :
 - N'attendez pas la fin du semestre ou de l'année pour travailler.

- * Soyez vigilants face aux difficultés rencontrées :
 - Réagissez rapidement si vous décrochez

- * Arrivez en avance en cours et TD

- * Comprenez ce que vous apprenez, entraînez-vous, soyez concentrés et n'hésitez pas à vous faire aider ; et l'apprentissage deviendra plus simple.

Table des matières

Table des matières.....	v
Chapitre I.....	8
Méthodes d'analyse des circuits linéaires	8
1. Introduction.....	8
2. Définitions et conventions.....	8
2.1 Dipôle.....	8
2.2 Circuit électrique linéaire.....	8
2.3 Source de tension	9
2.4 Source de courant.....	9
3. Théorèmes généraux.....	10
3.1 Loi de kirchoff	10
3.2 Théorème de superposition	12
3.3 Théorème de Millman.....	14
3.4 Théorème de Thévenin.....	14
3.5 Théorème de Norton	15
3.6 Théorème de Kennely	16
Chapitre 2	18
Les circuits à courant alternatif monophasé.....	18
1. Différentes formes de courants (et de tension)	18
1.1 Courant périodique.....	18
a) Période	18
b) Fréquence.....	19
1.2 Courant alternatif	19
1.3 Courant alternatif symétrique.....	19
1.4 Courant sinusoïdal.....	19
1.5 Courant/Tension sinusoïdal.....	20
2. Représentation de Fresnel d'une grandeur sinusoïdale.....	21
2.1 Convention de Fresnel	21
2.2 Somme vectorielle de deux grandeurs sinusoïdales de même pulsation ω	22
3. Représentation complexe	23
4. Loi d'Ohm en alternatif.....	24
4.1 Circuit purement résistif.....	24
4.2 Circuit purement inductif (selfique).....	25
4.3 Circuit purement capacitif.....	27

5. Association des impédances.....	28
5.1 Montage	28
5.3 Méthode complexe.....	29
5.4 Résonance	29
5.5 Facteur de surtension	30
5.6 Application.....	30
6. Etude d'un circuit R, L et C parallèle	31
6.1 Montage	31
6.2 Représentation de Fresnel	31
6.3 Méthode des nombres complexe.....	31
6.4 Résonance	31
6.5 Facteur de surintensité.....	32
7. Méthode de calcul des circuits sinusoïdaux	32
8. Puissances électriques en monophasé.....	32
8.1 Puissance électrique	32
8.2 Valeur instantanée de la puissance électrique.....	33
8.3 Valeur moyenne de la puissance électrique	33
9. Puissance active.....	34
10. Puissance réactive	34
11. Puissance apparente.....	34
12. Facteur de puissance.....	35
13. Triangle des puissances.....	35
14. Théorème de Boucherot.....	36
14.1 Dipôles en série	36
13.2 Dipôles en parallèle.....	36
Chapitre 3	39
Les circuits électriques triphasés équilibrés	39
1. Introduction.....	39
2. Avantages du triphasé	39
2.1 Transport économique.....	39
2.2 Production	39
2.4 Distribution	40
3. Etude des tensions simples.....	40
4. Etude des tensions composées	40

5. Définition d'un système triphasé équilibré	41
6. Système triphasé équilibré direct ou inverse	42
7. Représentation temporelle.....	42
7.1 Tensions simples	42
7.2 Tensions composées.....	43
8. Représentations vectorielles (vecteurs de Fresnel).....	43
8.1 Tensions simples	43
8.2 Tensions composées.....	44
9. Relation entre les tensions	46
10. Assemblage des dipôles sur ligne triphasée	47
10.1 Quelques définitions	47
10.2 Couplage en étoile.....	47
10.3 Couplage en triangle	51
11. Plaque à bornes normalisée.....	52
12. Puissances en triphasé	54
12.1 Couplage en étoile.....	54
12.2 Couplage en triangle	54
12.3 La puissance en triphasé déséquilibré	55
13. Avantages des systèmes triphasés	55
Exercices d'application.....	56
Exercices d'application.....	57
Questions diverses	64
Vrai ou faux ?	65
- Répondez par vrai ou faux ?.....	65
A.....	65
B.....	66
C.....	67
D.....	68
Exercices non résolus	70
Exercices non résolus	71
Solutions des exercices	75
Réponses Vrai / Faux	92
A.....	92

B.....	93
C.....	94
Bibliographie	96
Annexes	98
Annexe A.....	99
Liste d'abréviations usuelles en électricité (TP).....	99
Annexe B.....	100
Correction d'exercice d'application	100
Annexe C.....	103
Rappels sur les nombres complexes.....	103

Chapitre I

Méthodes d'analyse des circuits linéaires

1. Introduction

L'analyse des circuits électriques linéaires est gouvernée par les lois de Kirchoff et les théorèmes de superposition, de Millman, de Thévenin, Théorème de Norton, et de Kennely.

Tout d'abord, nous allons donner dans la suite les définitions et les conventions nécessaires à l'étude des circuits électriques.

2. Définitions et conventions

2.1 Dipôle

Le dipôle électrique est un conducteur électrique possédant deux bornes [1]

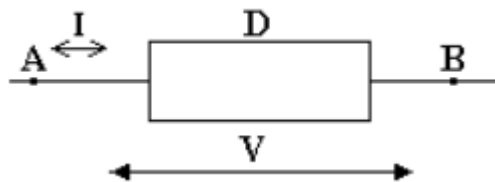


Figure 1 : dipôle linéaire.

a) Dipôles passifs

Ils ne peuvent que consommer de la puissance électrique, et cette puissance est dissipée par effet de Joule. Ils sont des composants récepteurs d'énergie, on les appelle dipôles récepteurs. Exemple (résistance, capacité, diode.....).

b) Dipôles actifs

Un dipôle actif est un dipôle qui peut fournir de l'énergie à un système extérieur, ce dipôle est appelé aussi générateur. Exemple (source ou générateur de tension, générateur de courant).

2.2 Circuit électrique linéaire

- Un circuit électrique est dit linéaire, s'il ne comporte que des dipôles linéaires.
- un réseau électrique est dit « linéaire » s'il est constitué uniquement de dipôles passifs linéaires, de sources idéales de tension (ou de courants) indépendantes ou linéairement dépendantes.

Remarque

Bien que les composants à semi-conducteur (diode, transistor) et circuits intégrés ne répondent pas à la définition ci-dessus, ils sont tout de même considérés comme actifs.

2.3 Source de tension

Une source de tension parfaite est un dipôle actif qui maintient entre ses bornes une différence de potentiel constante quel que soit le courant qu'elle débite. Si la source a une résistance interne en série, elle est dite réelle.

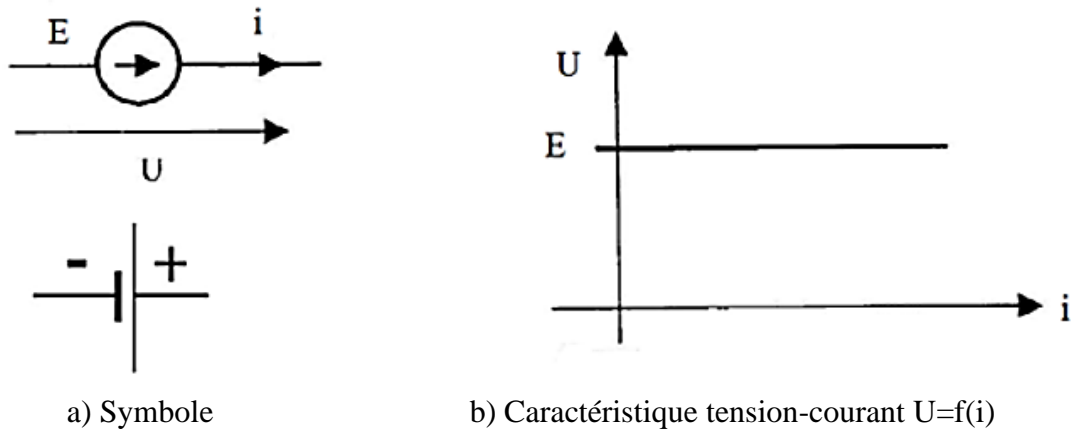


Figure 2 : Source de tension parfaite.

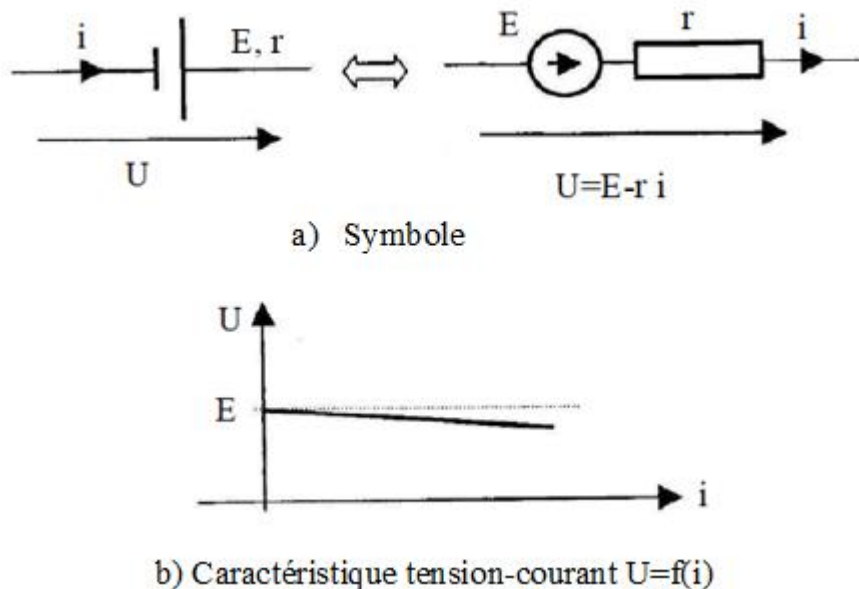


Figure 3 : Source de tension réelle.

2.4 Source de courant

Une source de courant parfaite est un dipôle actif qui fournit un courant électrique constant quelle que soit la tension à ses bornes. La source est dite réelle, si elle a une résistance interne en parallèle.

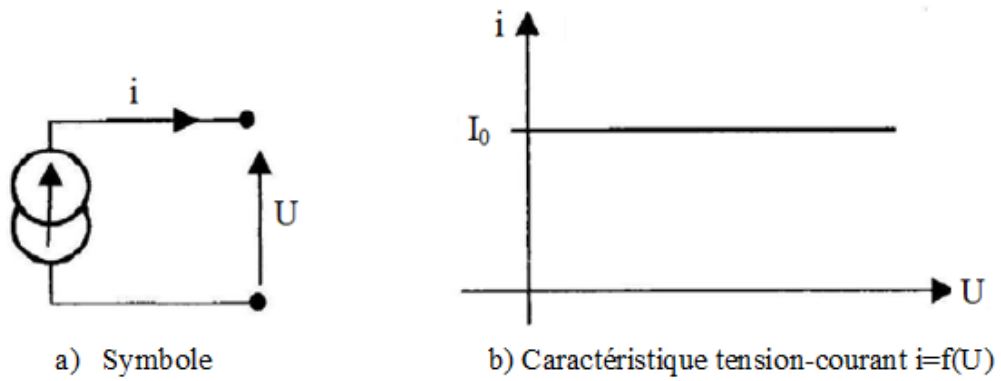


Figure 4 : Source de courant parfaite.

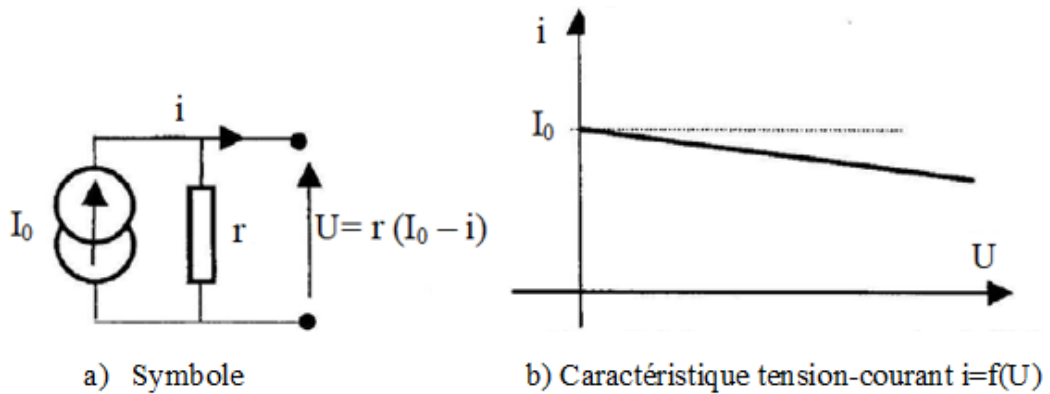


Figure 5 : Source de courant réelle.

3. Théorèmes généraux

3.1 Loi de kirchoff

A. Loi des nœuds

La somme algébrique des intensités des courants qui entrent par un nœud est égale à la somme algébrique des intensités des courants qui en sortent.

On peut formaliser cette propriété par la relation :

$$\sum_{N=1}^{\infty} i_{entrant} = \sum_{N=1}^{\infty} i_{sortant}$$

Exemple :

Sur l'exemple de la figure 6 est représenté le sens (choisi arbitrairement) des courants entrant ou sortant du nœud.

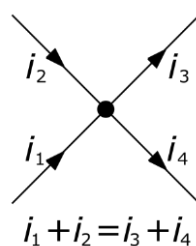


Figure 6 : Sens arbitraire des courants dans un nœud.

B. Loi des mailles

On définit une maille comme étant un ensemble de branches d'un circuit qui forme une boucle. Dans une maille, la somme algébrique des tensions le long de la maille est constamment nulle.

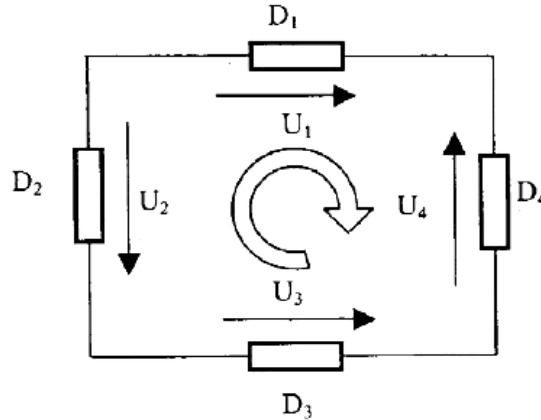


Figure 7 : Lois des mailles.

$$\sum_{N=1}^{\infty} \varepsilon_N \cdot U_N = 0$$

Avec $\varepsilon_N = +1$ si U_N est de même sens que celui choisi pour la maille
et $\varepsilon_N = -1$ si U_N est dans le cas contraire

Remarque

Le choix contraire peut aussi être adopté. On peut facilement déterminer l'équation d'une maille à l'aide des deux règles suivantes :

- ✓ La chute de tension est de sens contraire au courant circulant dans un récepteur.
- ✓ La chute de tension est de même sens que le courant sortant d'un générateur.

C. Conséquence des lois de Kirchoff

❖ Diviseur de tension

Le diviseur de tension est un montage électronique simple permettant d'obtenir une tension proportionnelle à une autre tension.

$$V_i = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^{n=\infty} R_i} V$$

Applications :

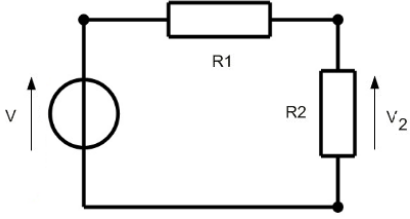
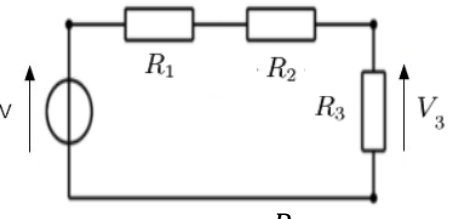
Avec deux résistances	Avec trois résistances
 $V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V$	 $V_3 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} V$

Figure 8 : Exemples de diviseur de tension.

❖ **Diviseur de courant**

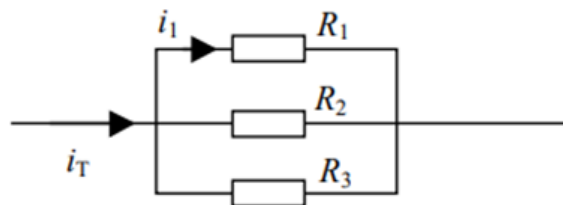


Figure 9 : Exemple de diviseur de courant.

Lorsque plusieurs résistances sont en parallèle, le courant qui traverse l'une d'entre elles peut être calculé par la relation :

N est le nombre total des résistances et i_T est le courant total ;

$$i_n = i_T \cdot \frac{G_n}{\sum_{n=1}^N G_n}$$

On peut déduire le courant i_1 qui passe dans la résistance R_1

$$i_1 = i_T \cdot \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Avec G : est la conductance de la résistance R : $G = \frac{1}{R}$; son unité est le siemens (S).

3.2 Théorème de superposition

La tension entre deux points d'un circuit électrique linéaire comportant plusieurs sources d'énergie est égale à la somme des tensions obtenues entre ces deux points lorsque chaque source agit seule [2].

Exemple : Soit le circuit de la figure 10 avec : $E_1 = 5V$, $R_1 = 3k\Omega$, $R = 1k\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $E_2 = 0,5V$.

Calculer la tension V en utilisant le théorème de superposition.

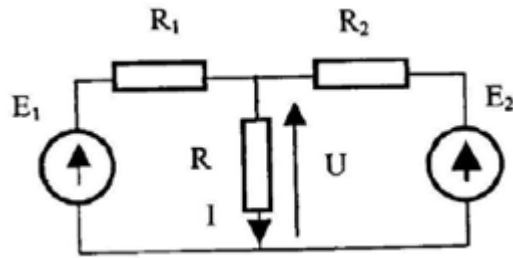


Figure 10: Circuit électrique avec deux sources de tensions E_1 et E_2 .

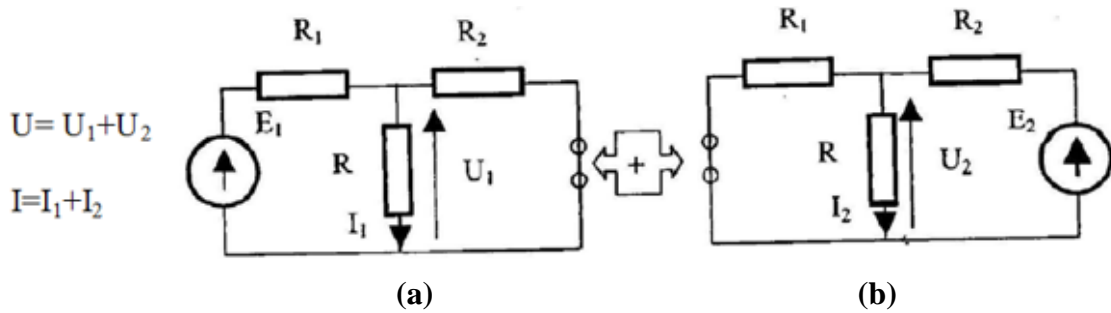


Figure 11 : Théorème de superposition.

Correction :

Par application du théorème de superposition, le circuit de la figure 10 se décompose en deux circuits des figures (11.a) et (11.b).

On court-circuite la source E_2 (on la remplace par un fil) et on calcule la tension U_1 ,

U_1 est la part de V qui n'est due qu'à l'influence de E_1 .

On associe les résistances R et R_2 en parallèle puis on applique la formule du pont diviseur de tension :

$$R_{eq} = \frac{RR_2}{R+R_2} ; \quad U_1 = \frac{R_{eq}}{R_{eq}+R_1} E_1$$

Application numérique

$E_1 = 5V$, $R_1 = 3k\Omega$, $R = 1k\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $E_2 = 0,5V$

$R_{eq} = 52.63 \Omega$; $U_1 = 0,147V$

On court-circuite la source E_1 (on la remplace par un fil) et on calcule la tension U_2 ou

U_2 est la part de V qui n'est due qu'à l'influence de E_2 .

$$R'_{eq} = \frac{RR_1}{R+R_1} ; \quad U_2 = \frac{R'_{eq}}{R'_{eq}+R_2} E_2$$

Application numérique

$E_1 = 5V$, $R_1 = 3k\Omega$, $R = 1k\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $E_2 = 0,5V$

$R'_{eq} = 750\Omega$; $U_2 = 0,441V$.

Finalement on additionne les deux tensions :

$U = U_1 + U_2 = 0,441 + 0,147 = 0,588$ Volts

3.3 Théorème de Millman

La tension V_{NM} d'un réseau électrique comportant n branches en parallèle est :

$$V_{NM} = \frac{\sum_{i=1}^n G_i \cdot e_i}{\sum_{i=1}^n G_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

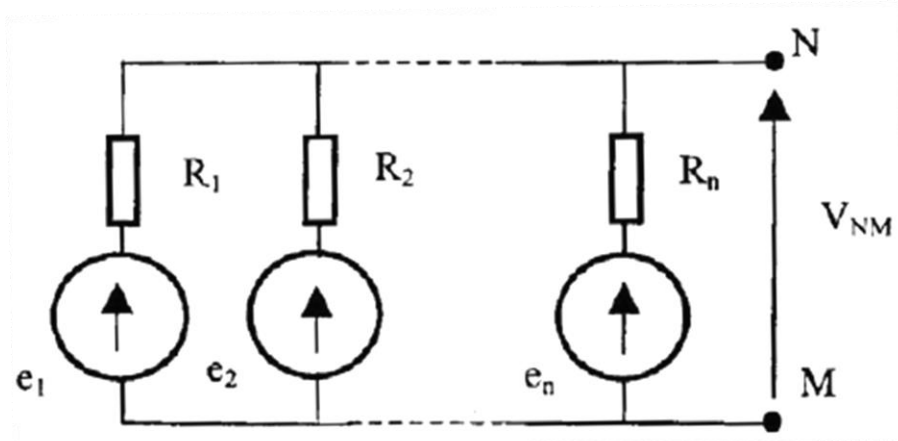


Figure 12 : Théorème de Millman.

On peut aussi le généraliser avec des générateurs de courants. S'il y a, en parallèle, des courants provenant des générateurs de courant connus injectés vers le même point N, alors on peut écrire :

$$V_{NM} = \frac{\sum_{i=1}^n G_i \cdot e_i + \sum_{k=1}^p I_j}{\sum_{i=1}^n G_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{R_i} + \sum_{k=1}^p I_j}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

3.4 Théorème de Thévenin

Un réseau électrique linéaire vu de deux de ses bornes A et B est équivalent à un générateur de tension (dit générateur de Thévenin) dont la tension est égale à la tension à vide entre A et B et de résistance interne R_{Th} [3].

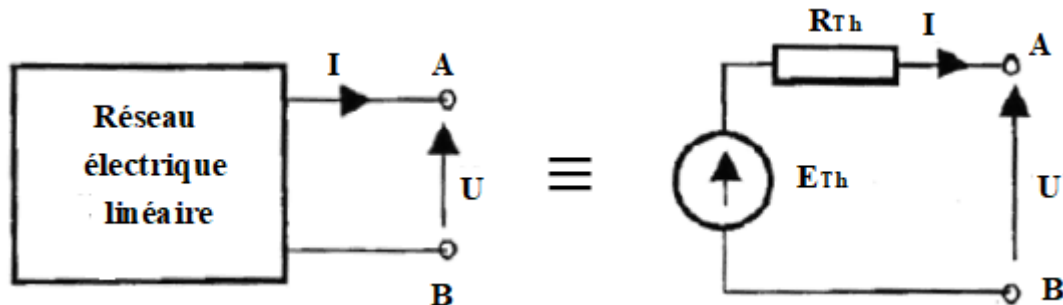


Figure 13: Théorème de Thévenin.

$E_{Th} = U$ pour $I=0$.

R_{Th} est la résistance vue des bornes A et B, quand toutes les sources indépendantes sont étant court-circuitées (éteintes).

Procédure de calcul :

A. Tension de Thévenin E_{Th} : on déconnecte la résistance ou l'impédance de charge R_L et on calcule la tension à vide V_{AB} .

$$V_{AB} = E_{Th} = U_{Th}$$

B. Résistance de Thévenin R_{Th} : la charge est déconnectée.

On court-circuite toutes les sources de tension, on déconnecte toutes les sources de courant ; ensuite on calcule la résistance globale du circuit vue entre les bornes A et B.

$$R_{AB} = R_{Th}$$

Exemple :

Déterminer les modèles équivalents de Thévenin du circuit placé à gauche de AB.

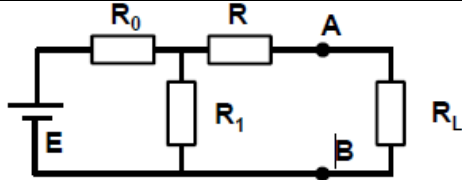
 <p>U_{Th}: est la tension que l'on mesure aux bornes A et B quand le circuit est ouvert. C'est-à-dire sans aucune charge connectée entre A et B. Dans cette condition, la résistance R est négligée.</p>	<p>Solution :</p> <p>$U_{Th} = \frac{R_1}{R_0 + R_1} E$, vient de la division de tension dans un circuit diviseur de tension formé par R_0 et R_1.</p> <p>$R_{Th} = R_{AB} = R_1 // R_0 + R$</p>
--	---

Figure 14 : Calcul du U_{Th} et R_{Th} du modèle de Thévenin.

3.5 Théorème de Norton

Un réseau linéaire vu de deux de ses bornes A et B est équivalent à un générateur de courant dont l'intensité du courant est égale à l'intensité du courant de court-circuit entre A et B (I_N), et de résistance interne R_N égale à la résistance vue des bornes A et B, toutes sources indépendantes éteintes [3].

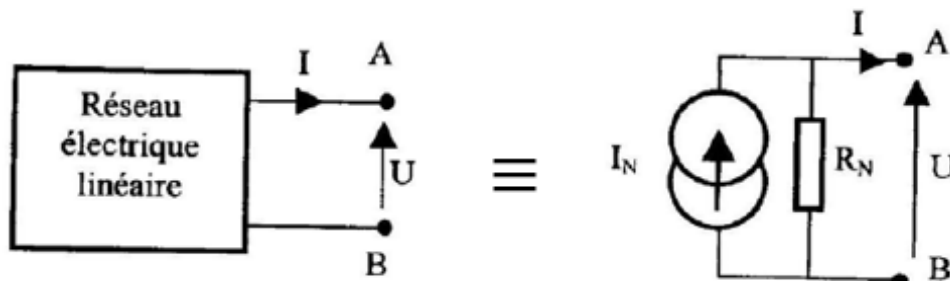


Figure 15 : Théorème de Norton.

❖ Le courant de Norton I_N est le courant entre les bornes de la charge lorsque celle-ci est court-circuitée, d'où $I_{CC} = I_N$ (court-circuit).

❖ La résistance de Norton R_N est celle mesurée entre les bornes de la charge lorsque toutes les sources sont rendues inactives en court-circuitant les sources de tension et en débranchant les sources de courant.

Exemple :

Déterminer les modèles équivalents de Norton des circuits placés à gauche de AB (voir la solution détaillée dans l'annexe B)

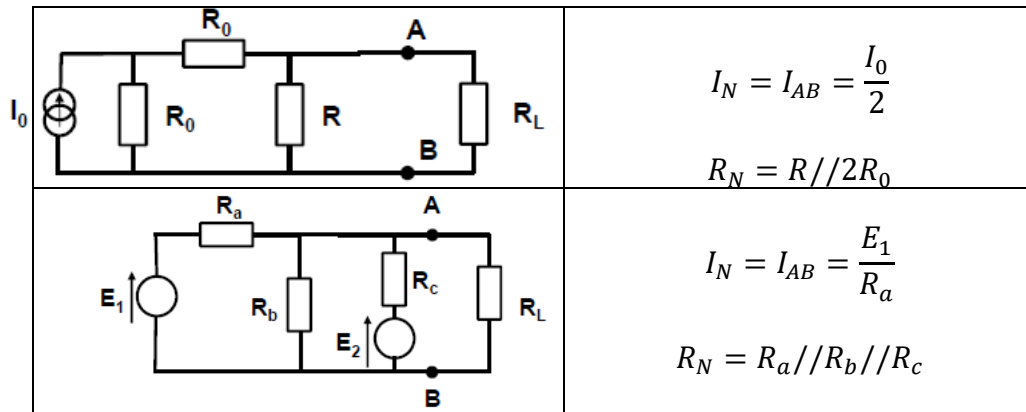


Figure 16 : Deux exemples de calcul du modèle de Norton.

Remarque : il existe une dualité entre les théorèmes de Thévenin et Norton

De Thévenin vers Norton	De Norton vers Thévenin
$R_N = R_{Th}$ $I_N = I_{AB} = \frac{E_{Th}}{R_{Th}}$	$R_{Th} = R_N$ $E_{Th} = R_N \cdot I_N$

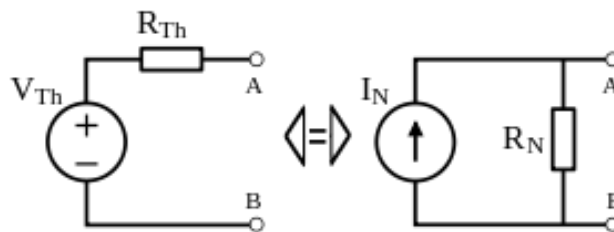


Figure 17 : dualité entre les théorèmes de Thévenin et Norton.

3.6 Théorème de Kennely

C'est une transformation sur un réseau passif de résistances qui est souvent utile pour simplifier un réseau,

Elle permet de transformer une étoile en triangle et réciproquement,

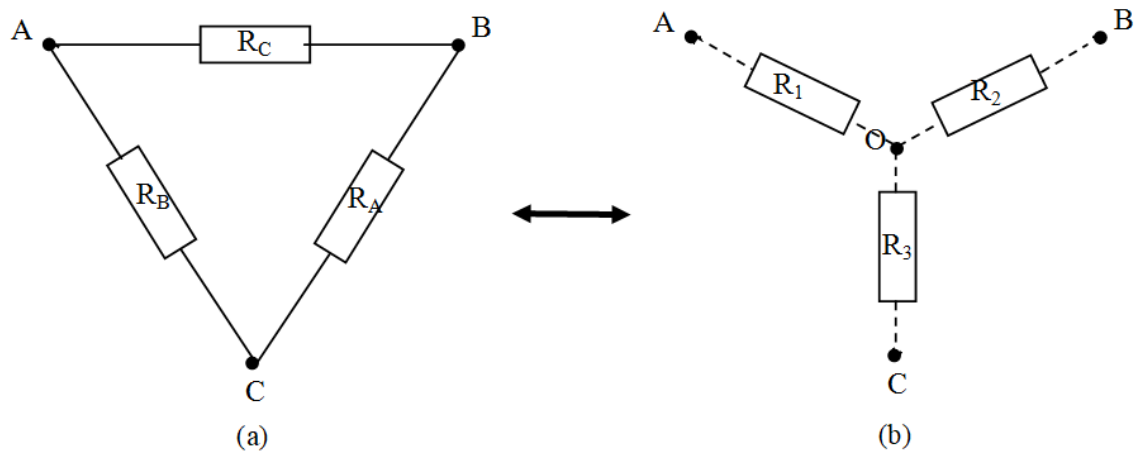


Figure 12 : a) couplage de trois résistances en **triangle** et b) couplage de trois résistances en **étoile**

Ces transformations sont liées aux associations de dipôles en triangle ou en étoile ; comme le montre la figure 13. Le passage de la structure triangle à la structure étoile sera comme suit :

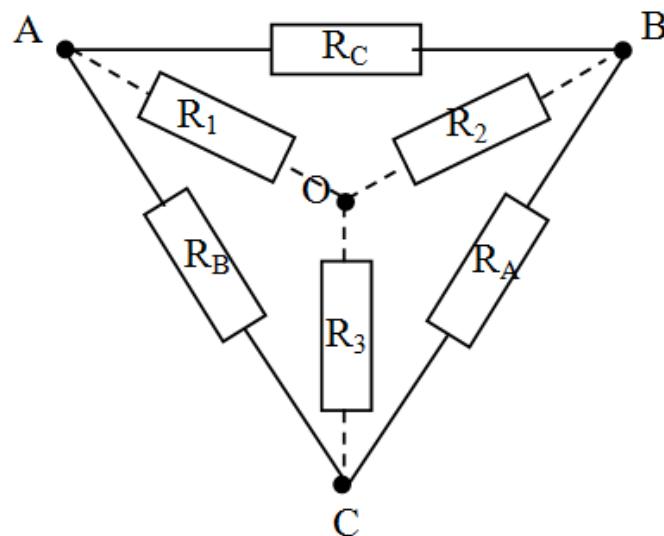


Figure 13 : Transformation de Kennelly.

$$\text{Avec : } \begin{cases} R_1 = \frac{R_C R_B}{R_A + R_B + R_C} \\ R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} \\ R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_A = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \\ R_B = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \\ R_C = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \end{cases}$$

Chapitre 2

Les circuits à courant alternatif monophasé

1. Différentes formes de courants (et de tension)

Dans l'ensemble des formes de courants, nous pouvons effectuer une première partition :

- Les courants unidirectionnels,
- Les courants bidirectionnels.

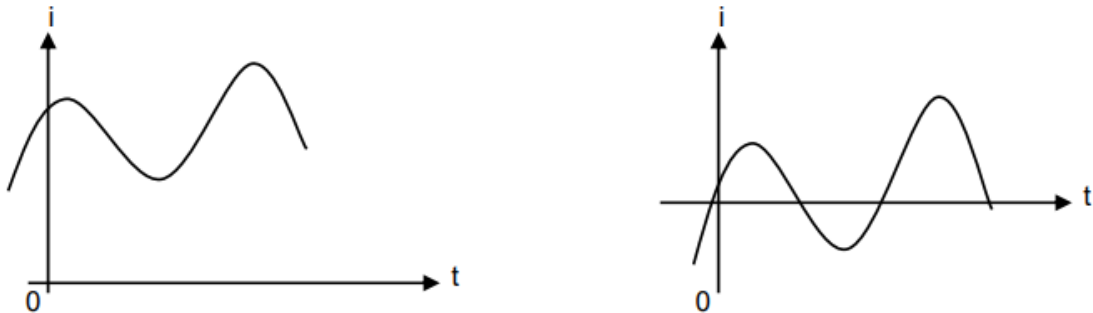


Figure 1 : (a) Courant unidirectionnel ; (b) Courant bidirectionnel

Nous pouvons effectuer une seconde partition :

- Les courants périodiques,
- Les courants non périodiques.

1.1 Courant périodique

Un courant est périodique si son intensité reprend la même valeur à intervalles de temps égaux.

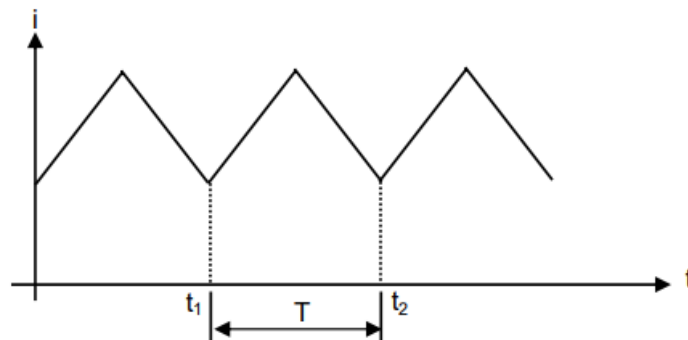


Figure 2 : Courant périodique.

a) Période

La période d'un courant périodique est la durée constante qui sépare deux instants consécutifs où le courant se produit identiquement à lui-même.

La période est une durée (un temps), elle s'exprime en seconde, son symbole est T .

b) Fréquence

La fréquence (f) d'un courant périodique est le nombre de fois que le courant se produit identiquement à lui-même en une seconde.

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} T & \text{en seconde} \\ f & \text{en Hertz} \end{cases}$$

1.2 Courant alternatif

C'est un courant bidirectionnel qui change de sens et périodique. La figure 3 représente un courant alternatif asymétrique.

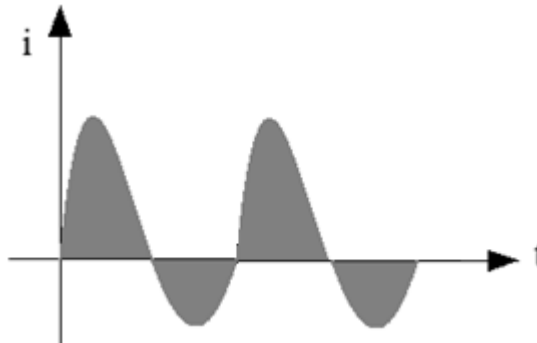


Figure 3 : Courant alternatif.

1.3 Courant alternatif symétrique

C'est un courant périodique dont la valeur moyenne est nulle, les deux aires hachurées sont égales comme précédemment mais en plus elles sont superposables car les courbes A de la première demi période et B de la deuxième demi période sont identiques, Ce sont les deux alternances du courant (A : alternance positive, B : alternance négative).

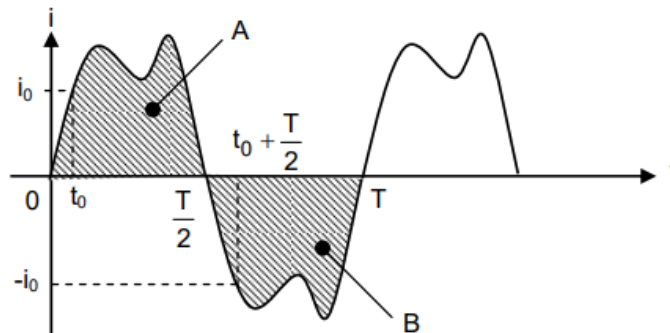


Figure 4 : Courant alternatif symétrique.

Si i_0 est l'intensité du courant à l'instant t_0 , une demi-période plus tard, l'intensité est $-i_0$.

$$i\left(t_0 + \frac{T}{2}\right) = -i(t_0)$$

1.4 Courant sinusoïdal

C'est un courant alternatif symétrique dont l'intensité est une fonction sinusoïdale de temps. Ce courant est le plus important, toute l'énergie électrique est produite sous cette forme.

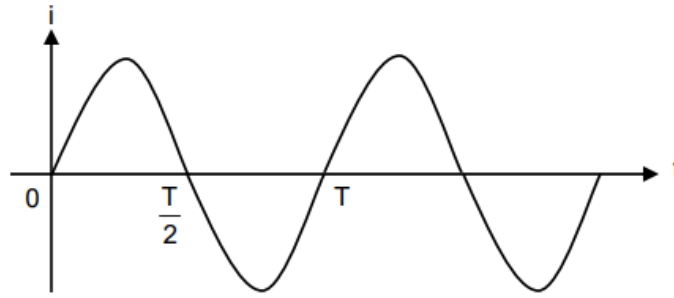


Figure 5 : Courant sinusoïdal.

1.5 Courant/Tension sinusoïdal

Un courant (ou une tension) est alternatif sinusoïdal s'il varie en fonction du temps selon la loi sinusoïdale.

S'il s'agit d'une tension, elle a pour expression :

$$u(t) = U_M \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\text{avec } \begin{cases} u(t) : & \text{valeur instantanée} \\ U_M : & \text{amplitude maximale (V)} \\ \omega t + \varphi_0 = & \text{phase instantanée (rd)} \\ \varphi_0 : & \text{déphasage par rapport à l'origine de phase} \\ \omega : & \text{pulsation (rd/s)} \end{cases}$$

On définit

La période T en seconde (s) avec : $T = \frac{2\pi}{\omega}$

La fréquence f en Hz avec : $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

S'il s'agit d'un courant, il a pour expression : $i(t) = I_M \sin(\omega t + \varphi)$

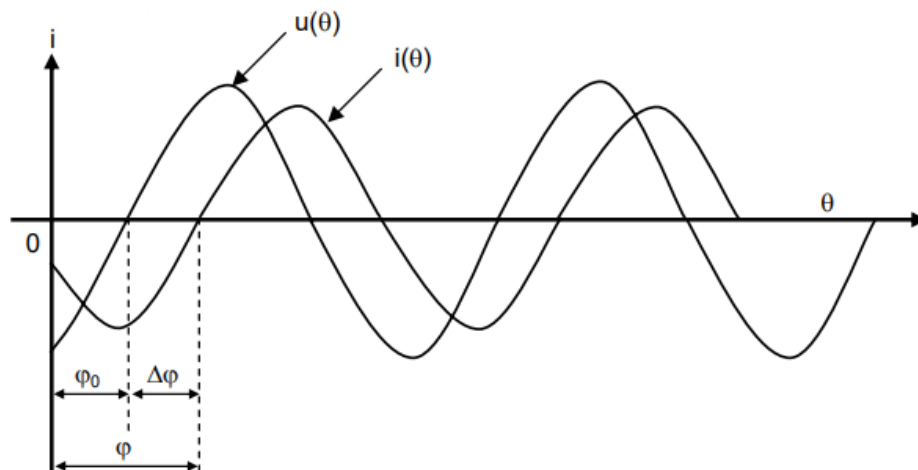


Figure 6 : Courant/Tension sinusoïdal.

$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$: est le déphasage entre le courant et la tension.

- Valeurs moyennes et efficaces du courant sinusoïdal

Soit : $i(t) = I_M \sin \omega t$

Intensité moyenne :

$$\begin{aligned} i_{moy} &= \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_M \sin \omega t dt = \frac{I_M}{T} \left[\frac{-\cos \omega t}{\omega} \right]_0^T = \frac{I_M}{T\omega} [-\cos \omega t]_0^T \\ &= \frac{I_M}{2\pi} \left[\cos \frac{2\pi}{T} T - \cos 0 \right] = \frac{I_M}{2\pi} [\cos 2\pi - \cos 0] = \frac{I_M}{2\pi} [1 - 1] = 0 \end{aligned}$$

Intensité efficace :

$$\begin{aligned} i_{eff}^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i^2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_M^2 \sin^2 \omega t dt \\ &= \frac{2I_M^2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{2I_M^2}{2T} \left[t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^{\frac{T}{2}} \\ &= \frac{I_M^2}{2T} \left[\left(\frac{T}{2} - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega \frac{T}{2} \right) - 0 \right] = I_M^2 \left[\frac{1}{2} \right] \Rightarrow i_{eff} = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

De même la tension : $U_{moy} = \frac{U_M}{2}$ et $U_{eff} = \frac{U_M}{\sqrt{2}}$

2. Représentation de Fresnel d'une grandeur sinusoïdale

2.1 Convention de Fresnel

Soit le signal : $S(t) = S_M \sin(\omega t + \varphi)$

Ce signal peut être représenté par un vecteur \overline{OM} de module $S_M = \sqrt{2}S$ (S est la valeur efficace du signal) placé par rapport à OX origine des phases, tel que $(\overline{OX}, \overline{OM}) = \varphi$

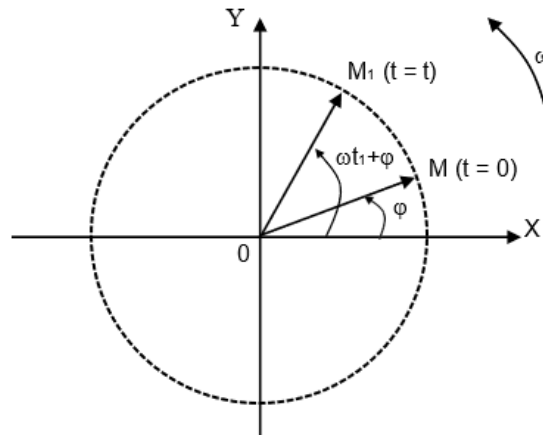


Figure 7 : Représentation d'un vecteur dans le cercle trigonométrique.

Le vecteur \overrightarrow{OM} tourne avec une vitesse ω constante dans le sens trigonométrique.

L'intérêt de la représentation de Fresnel c'est de séparer la partie temporelle (ωt) de la partie de phase (φ),

2.2 Somme vectorielle de deux grandeurs sinusoïdales de même pulsation ω

Soient deux grandeurs sinusoïdales [4] :

$S_1(t) = S_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ de module S_1 et de phase par rapport à l'origine φ_1 ;

$S_2(t) = S_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ de module S_2 et de phase par rapport à l'origine φ_2 .

Avec S_1 et S_2 sont les valeurs maximales des signaux $S_1(t)$ et $S_2(t)$ respectivement.

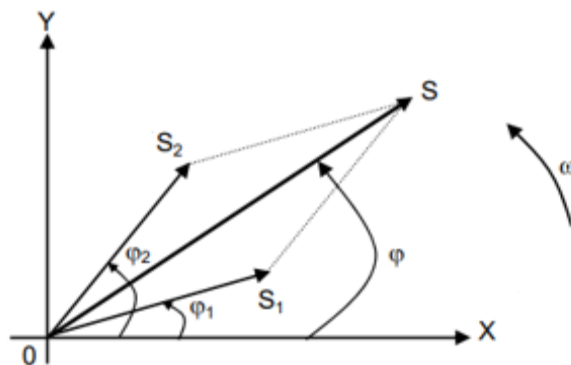


Figure 8 : Somme de deux vecteurs.

$$S(t) = S_1(t) + S_2(t) = S \sin(\omega t + \varphi)$$

Avec S est la valeur maximale du signal $S(t)$ et φ est la phase par rapport à l'origine ;

$$\left\{ \begin{array}{l} * \text{Module:} \\ * \text{phase :} \end{array} \right. \quad \begin{aligned} S^2 &= (S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2)^2 + (S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2)^2 \\ &= \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1 S_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ \text{tg} \varphi &= \frac{S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2}{S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2} \Rightarrow \varphi = \text{arctg} \left[\frac{S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2}{S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2} \right] \end{aligned}$$

Application : Connaissant les expressions $u_1(t)$ et $u_2(t)$, trouver graphiquement celle de

$u(t) = u_1(t) + u_2(t)$, avec : $u_1(t) = 8 \sin(\omega t)$ et

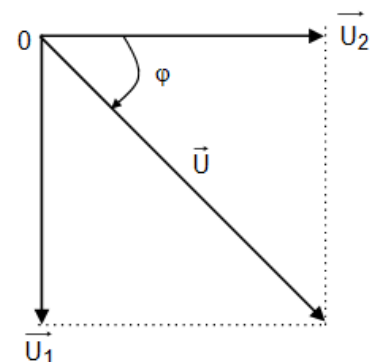
$u_2(t) = 12 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$;

Echelle : 1 cm \rightarrow 2 V

$U=14.42$ V

$\varphi=-56.30^\circ=-0.98$ rad

$u(t) = 14.42. \sin(\omega t - 0.98)$



3. Représentation complexe

Il existe une autre représentation très utile pour le signal $S(t) = S \sin(\omega t + \varphi)$

Notons que S représente la valeur maximale du signal $S(t)$.

On considère que $S(t)$ est la partie réelle « R_e » du nombre complexe \underline{S}

$$S(t) = R_e(S(t)) \text{ avec } \underline{S}(t) = S e^{j(\omega t + \varphi)}$$

On dira alors que $\underline{S}(t)$ est le nombre complexe associé au signal sinusoïdal. On peut l'écrire sous la forme :

$$\underline{S}(t) = \underline{X} e^{j(\omega t)} \text{ avec } \underline{X} = e^{j\varphi}$$

\underline{X} désigne l'amplitude complexe du signal. Cette amplitude complexe \underline{X} est reliée à l'amplitude réelle S et à la phase φ par :

$$\underline{X} = X e^{j\varphi} \text{ où } |\underline{X}| = X = S \text{ et } \arg(X) = \varphi$$

Alors $\underline{S}(t) = S e^{j(\omega t)}$

La pulsation ω ne figure pas dans les représentations complexes, mais il est sous-entendu que toutes les fonctions sinusoïdales qu'elles représentent ont la même pulsation.

En physique, on confond souvent $\underline{S}(t) = S e^{j(\omega t)} = S e^{j(\omega t + \varphi)}$ avec sa partie réelle, souvent notée de manière similaire par abus de langage, soit $S(t) = S \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$. Il faut simplement se souvenir que seule la partie réelle de $S(t) = S e^{j(\omega t)}$ possède un sens physique.

On peut écrire \underline{S} sous la forme complexe suivante :

$$\underline{S} = S e^{j\varphi} = S(\cos \varphi + j \sin \varphi) \text{ avec } \begin{cases} \text{Réal}(\underline{S}) = S \cos \varphi \\ \text{Im}(\underline{S}) = S \sin \varphi \end{cases}$$

Dont le module est la valeur maximale S et l'argument φ est la phase de $S(t)$.

➤ Somme de deux grandeurs complexes

Soient deux grandeurs complexes :

$$\underline{S}_1 = S_1 e^{j\varphi_1} = S_1(\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1)$$

$$\underline{S}_2 = S_2 e^{j\varphi_2} = S_2(\cos \varphi_2 + j \sin \varphi_2)$$

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 = S e^{j\varphi} = S(\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

$$= S_1(\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1) + S_2(\cos \varphi_2 + j \sin \varphi_2)$$

$$= S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2 + j S_1 \sin \varphi_1 + j S_2 \sin \varphi_2$$

$$\underline{S} = S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2 + j \cdot (S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2)$$

$$\text{Module : } S^2 = (S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2)^2 + (S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2)^2 \quad \Rightarrow$$

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1 S_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\text{Phase : } \operatorname{tg} \varphi = \frac{S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2}{S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \operatorname{arctg} \left[\frac{S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2}{S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2} \right]$$

4. Loi d'Ohm en alternatif

Définition de l'impédance Z et de l'admittance Y .

L'impédance \underline{Z} est le rapport de la tension appliquée au circuit par le courant qu'elle produit :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}; \quad \underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} : \text{ est la loi d'Ohm complexe}$$

L'admittance est par définition : $\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{\underline{Z}}$ en Siemens (S).

\underline{Z} est complexe, contient donc une partie réelle et une partie imaginaire :

$$\underline{Z} = R + jX \text{ avec } R \text{ est la résistance et } X \text{ est la réactance}$$

$$\underline{Y} = G + j\hat{X} \text{ avec } G = \frac{1}{R} \text{ est la conductance et } \hat{X} \text{ est la susceptance.}$$

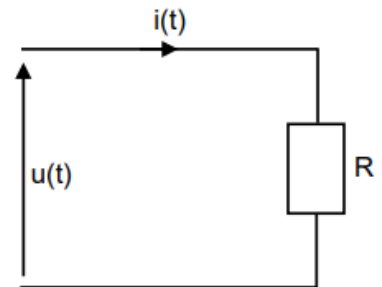
4.1 Circuit purement résistif

Les notations U et I représentent respectivement les valeurs maximales de la tension $u(t)$ et du courant $i(t)$.

$$u(t) = U \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$i(t) = I \sin(\omega t + \varphi_1) \Rightarrow \text{D'après la loi d'Ohm :}$$

$$u(t) = r \cdot i(t) \Rightarrow \underline{i(t)} = \frac{U \sin(\omega t + \varphi_0)}{R}$$



On déduit que le courant et la tension sont en phase.

$$\Delta \varphi = 0 \text{ car } \varphi_0 = \varphi_1 \text{ et que } \underline{Z} = \underline{R}.$$

$$\text{Donc } \underline{U}_R = R \cdot \underline{I}$$

Une résistance ne provoque pas de déphasage et son **courant** est en **phase** avec la **tension imposée** (qui est fixée par la source).

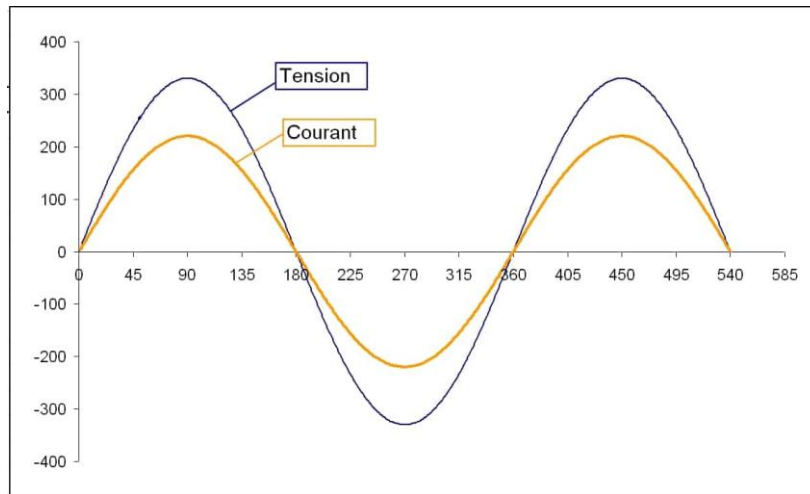
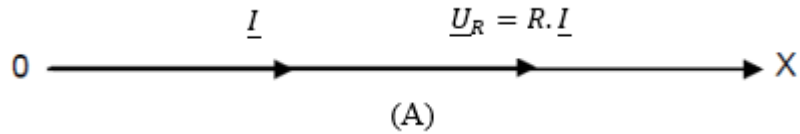


Figure 9 : Charge résistive : (A) Représentation vectorielle ; (B) Représentation temporelle.

4.2 Circuit purement inductif (selfique)

Considérons une bobine d'inductance L et de résistance nulle.

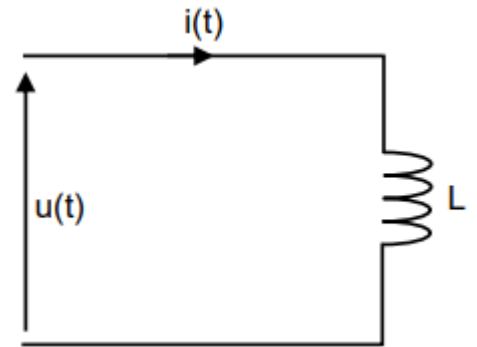
$$u(t) = U \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$i(t) = I \sin(\omega t + \varphi_1)$$

Les notations U et I représentent respectivement les valeurs maximales de la tension $u(t)$ et du courant $i(t)$.

$$\text{On a : } u(t) = L \frac{di}{dt} = L\omega I \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$u(t) = L\omega I \sin\left(t\omega + \varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right)$$



Grandeur complexes :

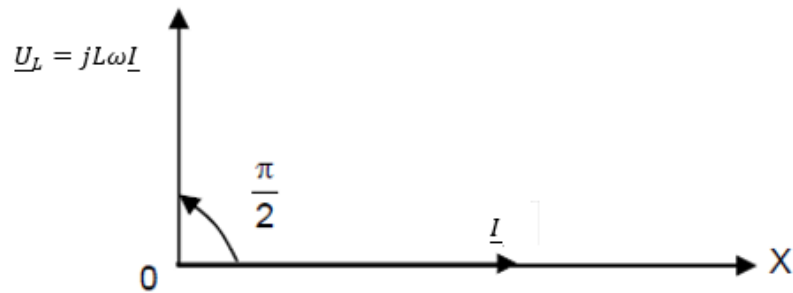
$$\underline{U} = U \cdot e^{j(\varphi_1 + \frac{\pi}{2})} = L\omega I \cdot e^{j(\varphi_1 + \frac{\pi}{2})} ; \quad \underline{I} = I \cdot e^{j\varphi_1}$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{L\omega \cdot e^{j(\varphi_1 + \frac{\pi}{2})}}{I \cdot e^{j\varphi_1}} = L\omega \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = L\omega \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + j\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)$$

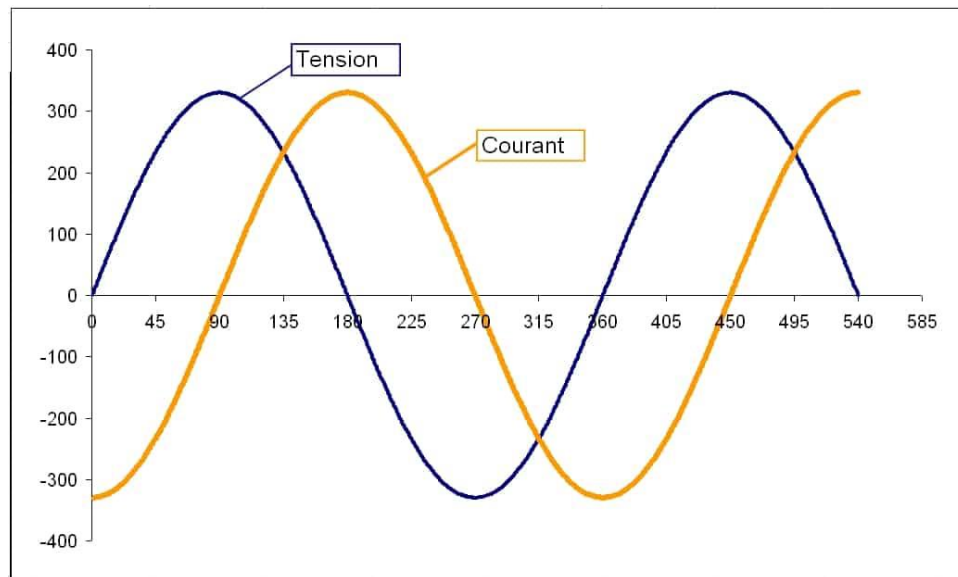
$$\underline{Z} = jL\omega.$$

On déduit que la tension est en quadrature avant avec le courant $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.

$$\text{Donc : } \underline{U}_L = jL\omega \underline{I}$$



(A)



(B)

Figure 10 : Charge inductif : (A) Représentation vectorielle ; (B) Représentation temporelle.

Le courant est en retard par rapport à la tension.

Remarque :

Une bobine idéale traversée par un courant continu ($i(t) = \text{cte}$), elle se comporte comme un court-circuit ($Z = 0$ car $\omega = 0$).

X_L s'appelle réactance inductive avec : $X_L = L\omega$ en Ω .

3.3 Circuit purement capacitif

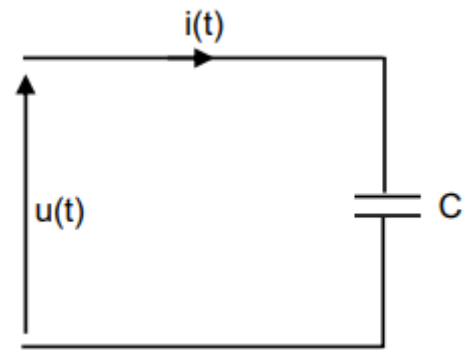
$$u(t) = U \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$i(t) = I \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Les notations U et I représentent respectivement les valeurs maximales de la tension $u(t)$ et du courant $i(t)$.

$$\text{On a : } i(t) = C \frac{du}{dt} = CU\omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$= CU\omega \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$



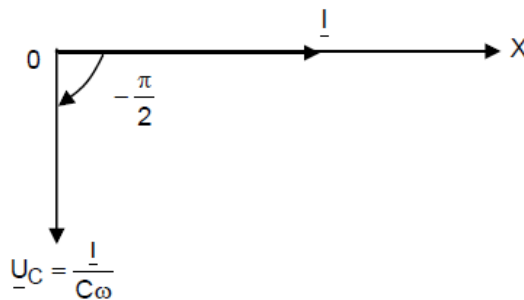
Grandeur complexes :

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\varphi_0} = ; \quad \underline{I} = CU\omega \cdot e^{j(\varphi_0 + \frac{\pi}{2})} \quad \text{et}$$

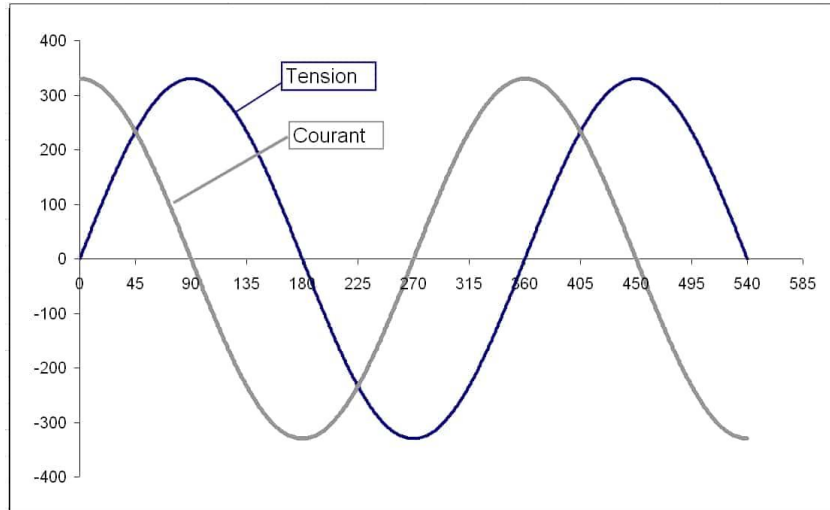
$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U \cdot e^{j\varphi_0}}{CU\omega \cdot e^{j(\varphi_0 + \frac{\pi}{2})}} = \frac{1}{jC\omega} = \frac{-j}{C\omega} = \frac{1}{C\omega} e^{-\frac{\pi}{2}j}$$

On déduit que la tension est en quadrature arrière avec le courant ($\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$).

$$\text{Donc } \underline{U}_C = \frac{\underline{I}}{jC\omega}$$



(A)



(B)

Figure 11 : Charge capacitif : (A) Représentation vectorielle ; (B) Représentation temporelle.

Le courant est en avance par rapport à la tension.

Remarque :

Un condensateur alimenté par une tension continue ($u(t) = \text{cte}$), se comporte comme un circuit ouvert ($Z \rightarrow \infty$ car $\omega = 0$),

X_C s'appelle réactance capacitive avec : $X_C = \frac{1}{C\omega}$ en Ω .

5. Association des impédances

Etude d'un circuit R, L et C série.

5.1 Montage

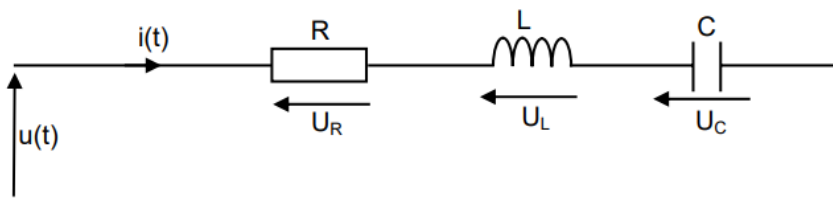


Figure 12 : Circuit RLC en série.

5.2 Constitution de Fresnel (méthode graphique)

On considère le courant (grandeur commune pour les trois composants) comme origine de phase : $i(t) = I\sqrt{2}. \sin\omega t$

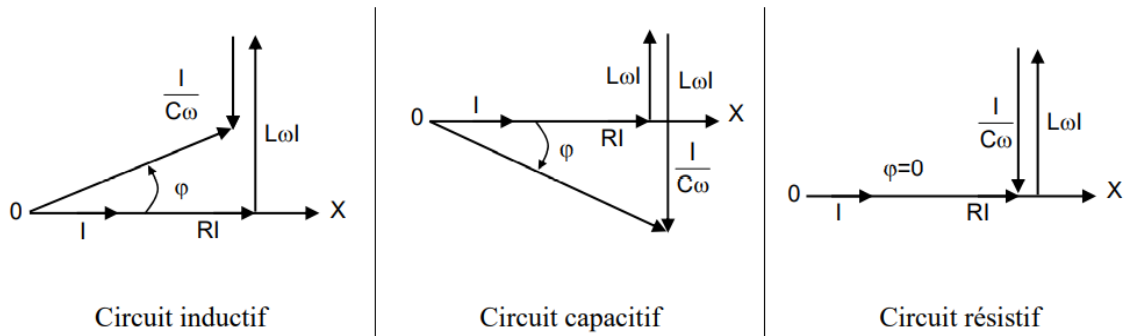


Figure 13 : Diagramme de Fresnel.

5.3 Méthode complexe

on a : $\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = R\underline{I} + jL\omega\underline{I} - j\frac{I}{C\omega} = \underline{I} \left[R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \right]$

$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \Rightarrow \underline{Z} = \left[R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \right]$

- **Module :** $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$
- **Phase :** $\varphi = \text{artg} \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$

5.4 Résonance

En général pour un circuit RLC série, le phénomène de la résonance est dû au passage du courant efficace par un maximum :

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}$$

Le courant I admet un maximum I_{Res} lorsque $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) = 0 \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1$

On appelle ω_0 pulsation propre avec : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

➤ Courbe $I=f(\omega)$

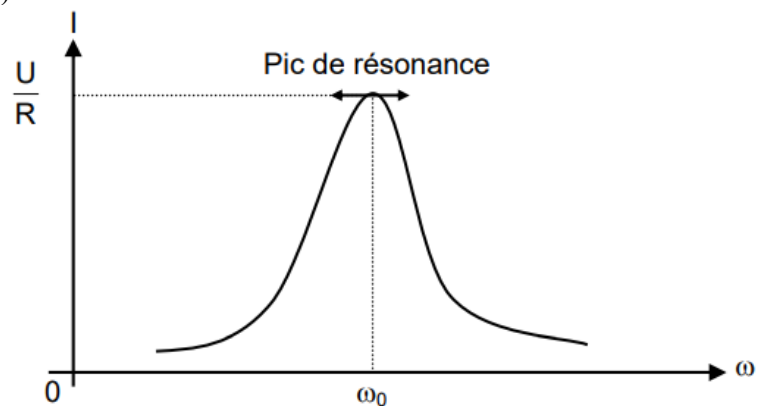


Figure 14 : Courbe $I=f(\omega)$.

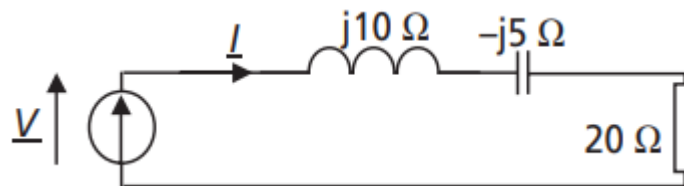
5.5 Facteur de surtension

- A la résonance si R est très faible devant X_L et X_C , on aura $U_C = U_L \gg U_R$,
- On dit qu'il y a une surtension aux bornes de l'inductance et de la capacité par rapport à la tension d'alimentation,
- Le coefficient de surtension (ou facteur de qualité) est :

$$Q = \frac{U_L}{U_R} = \frac{U_C}{U_R} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$$

5.6 Application

On considère le circuit représenté sur la figure ci-dessous où est la représentation complexe d'une tension sinusoïdale de valeur efficace $V = 100$ V et de fréquence 50 Hz. Les composants de ce circuit sont directement caractérisés par la valeur de leur impédance complexe.



- 1) Calculer la valeur efficace du courant.
- 2) Calculer la phase du courant si on considère la tension à l'origine des phases. Écrire alors l'expression temporelle de la tension v et du courant i .
- 3) Écrire la loi de maille qui régit ce circuit.
- 4) Représenter tous les complexes formant cette loi de maille sur un diagramme vectoriel dans le plan complexe (diagramme de Fresnel).

Solution

$$1. I = \frac{V}{\sqrt{20^2 + (10-5)^2}} = \frac{100}{20.61} = 4.85$$

$$2. \underline{I} = \frac{V}{20+j5} \Rightarrow \theta = \text{Arg}(\underline{I}) = 0 - \text{Arg}(20 + j5) = -\text{Argtan}\left(\frac{5}{20}\right) = -14^\circ = -0.245 \text{ rd}$$

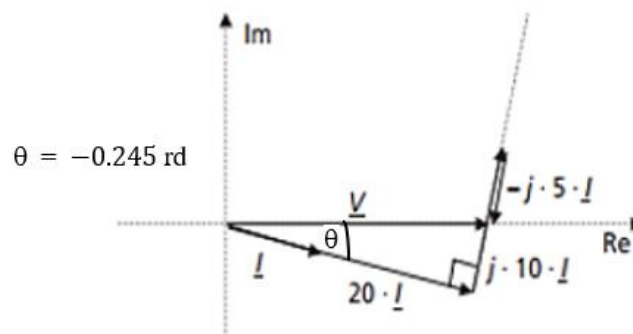
Il est alors immédiat de revenir aux formes temporelles des grandeurs

$$v(t) = 100\sqrt{2} \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t) \text{ et } i(t) = 4.85\sqrt{2} \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t - 0.245)$$

$$3. \text{ la loi de maille s'écrit } \underline{V} = j10\underline{I} + j(-5)\underline{I} + 20\underline{I}$$

4. le diagramme de Fresnel correspondant à cette maille est représenté sur la figure suivante.

$$\theta = -0.245 \text{ rd}$$



6. Etude d'un circuit R, L et C parallèle

6.1 Montage

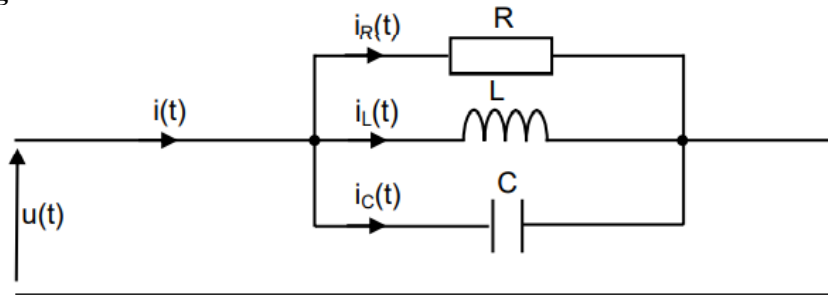


Figure 15 : Circuit RLC en parallèle.

On a $i(t) = i_R(t) + i_L(t) + i_C(t)$

$$u(t) = U\sqrt{2}\sin\omega t$$

$$i_R(t) = \frac{U}{R}\sqrt{2}\sin\omega t$$

Avec : $i_L(t) = \frac{U}{L\omega}\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

$$i_C(t) = C\omega U\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

6.2 Représentation de Fresnel

On considère la tension comme origine de phase : $u(t) = U\sqrt{2}\sin\omega t$

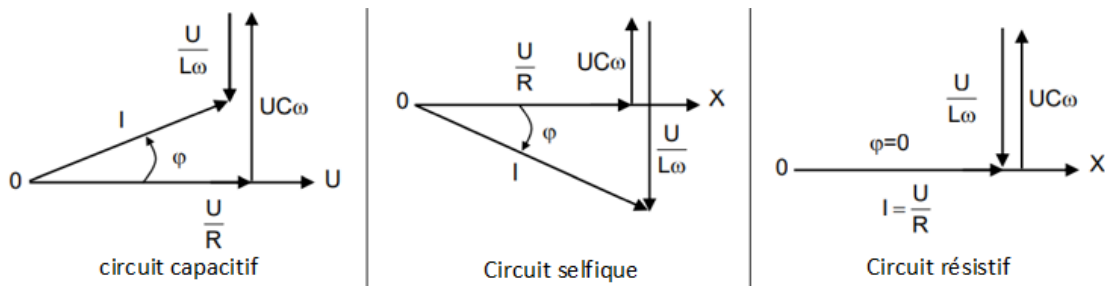


Figure 16 : Diagramme de Fresnel.

6.3 Méthode des nombres complexe

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C = G\underline{U} + jC\omega\underline{U} - j\frac{U}{L\omega} = \underline{U}\left[G + j\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)\right]$$

on a : $\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} \Rightarrow \underline{Y} = \left[G + j\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)\right]$

- Module : $Y = \sqrt{G^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}$
- Phase : $\varphi = \text{artg} \frac{C\omega - \frac{1}{L\omega}}{G}$

6.4 Résonance

En général pour un circuit RLC parallèle, le phénomène de la résonance est dû au

passage de la tension efficace par un maximum :

$$U = \frac{I}{Y} = \frac{I}{\sqrt{G^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}}$$

La tension admet un maximum U_{Res} lorsque $C\omega - \frac{1}{L\omega} = 0 \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1$

On appelle ω_0 pulsation propre avec : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

➤ Courbe $U=f(\omega)$

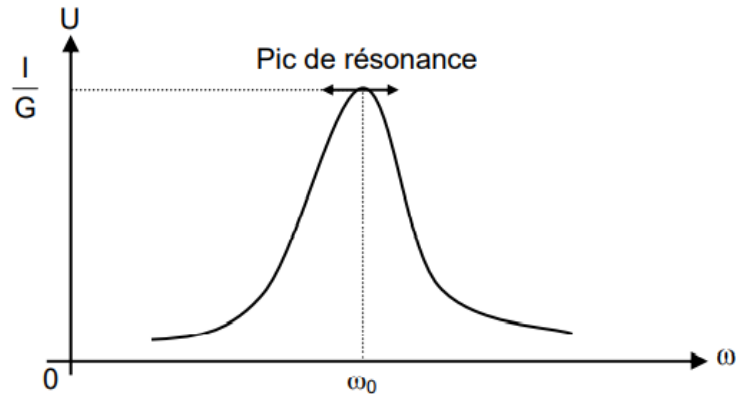


Figure 17 : Courbe $U=f(\omega)$.

6.5 Facteur de surintensité

- A la résonance si R est très grande devant X_L et X_C , on aura $I_C = I_L \gg I_R$
- On dit qu'il y a une surintensité aux bornes de l'inductance et de la capacité par rapport au courant total,
- Le coefficient de surintensité (ou facteur de qualité) est :

$$Q = \frac{I_L}{I_R} = \frac{I_C}{I_R} = \frac{R}{L\omega_0} = RC\omega_0$$

7. Méthode de calcul des circuits sinusoïdaux

- ✓ Pour résoudre les circuits à courant sinusoïdal, nous pouvons appliquer toutes les méthodes considérées dans les circuits à courant continu en utilisant les nombres complexes,
- ✓ Toujours au lieu des résistances il faut mettre l'impédance de chaque branche, on peut faire la transformation étoile triangle et vice versa.

8. Puissances électriques en monophasé

8.1 Puissance électrique

La puissance ne se stocke pas, ce n'est pas une quantité. La puissance électrique est la grandeur physique qui caractérise la rapidité de transfert d'énergie électrique dans un dipôle. En courant continu, la puissance P reçue par un appareil est égale au produit de sa tension U et l'intensité du courant reçu I . Elle est donnée par la relation [5] :

$$P = U \times I$$

La puissance en Watt [W], la tension en Volt [V] et le courant en Ampère [A].

8.2 Valeur instantanée de la puissance électrique.

Soit une impédance Z , soumise à une tension électrique sinusoïdale :

$u(t) = U \sqrt{2} \sin(\omega t)$ et parcourue par un courant électrique d'intensité

$i(t) = I \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$

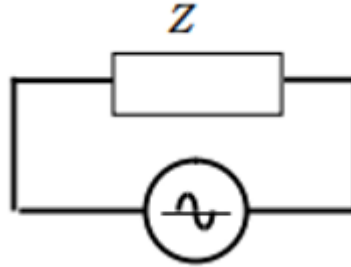


Figure 18 : Impédance Z soumise à la tension $u(t)$.

La puissance électrique instantanée fournie à Z s'écrit alors :

$$P(t) = u(t) \cdot i(t) = 2UI \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{aligned} P(t) = u(t) \cdot i(t) &= 2UI \frac{[\cos(\omega t - (\omega t + \varphi))] - [\cos(\omega t + (\omega t + \varphi))]}{2} \\ &= UI \cos(\varphi) + UI \cos(2\omega t + \varphi + \pi) \end{aligned}$$

L'expression ci-dessus montre que $p(t)$ est la somme d'un terme constant et d'un terme variable à fréquence double de la fréquence de la tension d'excitation. La puissance varie au cours du temps.

$P(t)$: la puissance instantanée est une fonction sinusoïdale de pulsation 2ω .

8.3 Valeur moyenne de la puissance électrique

La valeur moyenne, sur une période, de la puissance :

$$\begin{aligned} P &= P_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt \\ P &= P_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T (UI \cos(\varphi) + UI \cos(2\omega t + \varphi + \pi)) dt \\ P &= \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(\varphi) dt + \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi + \pi) dt \\ &= \frac{UI \cos(\varphi)}{T} \int_0^T 1 dt \end{aligned}$$

La valeur moyenne du second terme étant nulle, on a :

$$P = UI \cos(\varphi)$$

P correspond à la puissance électrique consommée par Z.

9. Puissance active

Elle désigne la puissance effective liée à l'énergie électrique qui peut être convertie par le récepteur sous une autre forme d'énergie (mécanique, calorifique etc.), souvent appelée **puissance** tout court. La puissance active P est égale à la moyenne de la puissance instantanée. Elle est mesurée en watt (W).

D'une façon générale, s'il y a un déphasage quelconque entre le courant et la tension et à condition que le courant reste sinusoïdal, la puissance active s'exprime par :

$$P = U.I.\cos(\varphi)$$

La puissance active est la puissance convertie en chaleur dans les résistances.

Lorsque u(t) et i(t) sont **en phase (charge résistive, $\varphi = 0$ et $\cos(\varphi) = 1$)** :

$$P = U.I = R.I.I = R.I^2$$

Lorsque u(t) et i(t) **déphasés de 90°** (charge purement **inductive** ou purement **capacitive, $\cos(\varphi) = 0$**) :

$$P = 0$$

10. Puissance réactive

Elle est liée à l'énergie emmagasinée durant un quart de période, dans les selfs et les condensateurs du récepteur, puis entièrement restituée au réseau au cours de l'autre quart. C'est une énergie qui n'est donc pas consommée par la charge, elle est définie par [6]:

$$Q = U.I.\sin(\varphi)$$

Elle est mesurée en Var (volt-ampère-réactif).

Cette puissance est qualifiée ainsi parce que l'absorption et la restitution de l'énergie sont dues à la réaction d'une self ou d'un condensateur aux variations du courant.

- La puissance réactive est la puissance échangée entre les éléments réactifs (C et L).

11. Puissance apparente

La puissance apparente est, par définition, égale au produit de la tension par le courant.

$$S = U.I$$

- Le produit U.I est un facteur de dimensionnement de la ligne et des appareillages de distribution d'énergie,
- Cette grandeur distincte de la puissance P, est appelée puissance apparente, elle est notée S en VA (volt-ampère).

Les puissances active, réactive et apparente sont reliées entre elles par les expressions suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} P = U.I.\cos\varphi = S\cos\varphi \\ Q = U.I.\sin\varphi = S\sin\varphi \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} S^2 = P^2 + Q^2 \\ \cos\varphi = \frac{P}{S} \end{cases}$$

➤ Pour une résistance : $S_R = \sqrt{P_R^2 + Q_R^2} = RI_{eff}^2 = RI^2 = \frac{U^2}{R}$

➤ Pour une inductance : $S_L = \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = L\omega I_{eff}^2 = L\omega I^2 = \frac{U^2}{L\omega}$

➤ Pour un condensateur : $S_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2} = C\omega U_{eff}^2 = C\omega U^2 = \frac{I^2}{C\omega}$

Remarques :

La puissance apparente peut s'exprimer par la formule suivante : $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Pour une inductance pure : $\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow Q = S = L\omega I^2$ et $P = 0$

12. Facteur de puissance

Pour caractériser le taux d'utilisation d'un réseau, d'un récepteur ou d'une source, on est amené à définir le facteur de puissance. Celui-ci est donné par :

$$K = \frac{P}{S} = \frac{UI \cos(\varphi)}{UI} = \cos \varphi$$

Il mesure l'efficacité d'un système à produire de la puissance active. Dans le cas

➤ D'une self ou d'un condensateur, $\varphi = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow P = 0$

➤ D'une résistance, $\varphi = 0 \Rightarrow P = UI$

13. Triangle des puissances

Voici une façon simple de représenter les relations entre P, Q et S en régime alternatif sinusoïdal. Exemple d'un récepteur inductif.

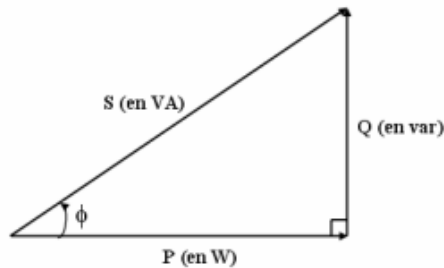


Figure 19: Triangle des puissances.

$$P = UI \cos \varphi ; Q = UI \sin \varphi ; S = UI$$

Si on applique le théorème de Pythagore dans le triangle, on peut déterminer :

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} ; \sin \varphi = \frac{Q}{S} ; \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{Q}{P} ; S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

14. Théorème de Boucherot

Dans un réseau à fréquence constante il y a conservation de la puissance active d'une part et de la puissance réactive d'autre part.

14.1 Dipôles en série

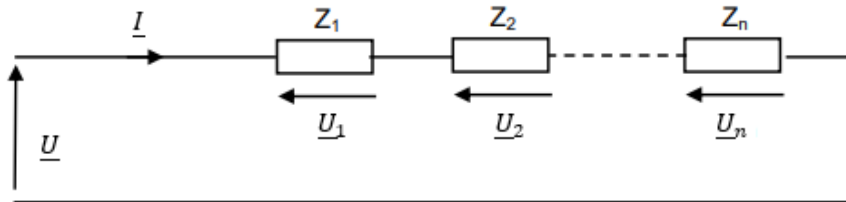


Figure 10 : Dipôles en série.

$$\text{On a : } \underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \dots + \underline{U}_n \Rightarrow \underline{U} \cdot \underline{I} = \underline{U}_1 \underline{I}^* + \underline{U}_2 \underline{I}^* + \dots + \underline{U}_n \underline{I}^*$$

$$\text{Donc : } \underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \dots + \underline{S}_n \Rightarrow \underline{S} = P_1 + jQ_1 + P_2 + jQ_2 + \dots + P_n + jQ_n$$

$$\underline{S} = \sum_{i=1}^n P_i + j \sum_{i=1}^n Q_i$$

13.2 Dipôles en parallèle

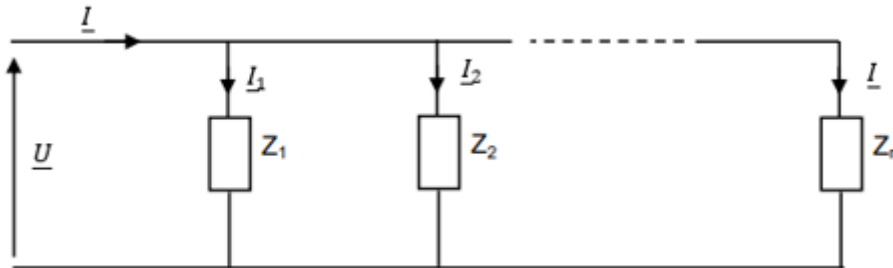


Figure 21 : Dipôles en parallèle.

$$\text{On a : } \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \dots + \underline{I}_n \Rightarrow \underline{I} = \underline{I}_1^* + \underline{I}_2^* + \dots + \underline{I}_n^* \Rightarrow \underline{U} \cdot \underline{I} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \dots + \underline{U}_n \cdot \underline{I}_n^*$$

$$\text{Donc : } \underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \dots + \underline{S}_n \Rightarrow \underline{S} = P_1 + jQ_1 + P_2 + jQ_2 + \dots + P_n + jQ_n$$

$$\underline{S} = \sum_{i=1}^n P_i + j \sum_{i=1}^n Q_i$$

Conclusion

- La puissance active fournie à un dipôle est égale à la somme des puissances actives consommées dans les différents éléments qui constituent le dipôle,
- La puissance réactive fournie à un dipôle est égale à la somme des puissances réactives dans les différents éléments qui constituent le dipôle,

$$\underline{S} = \sum_{i=1}^n P_i + j \sum_{i=1}^n Q_i$$

Exemple :

Un atelier monophasé est constitué de trois ensembles de machines, constituant les charges (1), (2) et (3), mises en parallèle sur la même tension sinusoïdale à 50 Hz de valeur efficace $U = 230 \text{ V}$.

On récapitule dans le tableau 1 les mesures faites sur chacune de ces charges.

Charge 1	Charge 2	Charge 3
$P_1 = 20 \text{ KW}$	$S_2 = 45 \text{ KVA}$	$S_3 = 10 \text{ KVA}$
$Q_1 = 15 \text{ KVAR}$	$\cos \varphi_2 = 0.6$	$Q_3 = -5 \text{ KVAR}$

Tableau 1 : Valeurs des charges mesurées.

1- Calculer pour chaque charge l'ensemble des grandeurs électriques la caractérisant : courant absorbé, puissances actives, réactives, apparentes, et facteur de puissance. On notera ces grandeurs $I_1, I_2, I_3, P_2, P_3, Q_2$, etc.

2- En déduire la valeur de la puissance active totale P et de la puissance réactive totale Q consommées par la charge totale. Calculer également la puissance apparente totale S , le facteur de puissance global) $\cos(\varphi)$ ainsi que le courant total absorbé I .

Solution :

1. On détaille dans le tableau ci-dessous l'ensemble des grandeurs électriques pour chaque charge :

Charge 1	Charge 2	Charge 3
$P_1 = 20 \text{ KW}$	$S_2 = 45 \text{ KVA}$	$S_3 = 10 \text{ KVA}$
$Q_1 = 15 \text{ KVAR}$	$\cos \varphi_2 = 0.6$	$Q_3 = -5 \text{ KVAR}$
$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 25 \text{ KVA}$	$P_2 = S_2 \cos \varphi_2 = 27 \text{ KW}$	$P_3 = \sqrt{S_3^2 + Q_3^2} = 8.66 \text{ KVA}$
$I_1 = \frac{S_1}{U} = 108.7 \text{ A}$	$Q_2 = S_2 \sin \varphi_2 = 36 \text{ KVAR}$	$I_3 = \frac{S_3}{U} = 43.5 \text{ A}$
$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} = 0.8$	$I_2 = \frac{S_2}{U} = 195.7 \text{ A}$	$\cos \varphi_3 = \frac{P_3}{S_3} = 0.86$

Tableau 2 : Grandeurs électriques pour les charges mesurées.

2. Déduire P, Q, S, cos (φ) et I :

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 20 + 27 + 8.66 = 55.66 \text{ KW}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 15 + 36 - 5 = 46 \text{ KVAR}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{55.66^2 + 46^2} = 72.2 \text{ KVA}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{55.66}{72.2} = 0.77$$

$$I = \frac{S}{U} = \frac{72.2 \times 10^3}{230} = 314 \text{ A}$$

Chapitre 3

Les circuits électriques triphasés équilibrés

1. Introduction

Les systèmes monophasés étudiés précédemment ne présentent en général un intérêt que pour les faibles puissances. Pour les grandes puissances (distribution d'énergie, alimentation des moteurs), on utilise souvent le système triphasé.

2. Avantages du triphasé

Le système triphasé fut présenté pour la première fois en 1893. Le système triphasé offre plusieurs avantages [8]:

2.1 Transport économique

Le transport de l'énergie sous forme triphasée est **plus économique que sous forme monophasée**, pour différentes raisons :

- Trois fils de phase au lieu de six (3×2 en monophasé).
- Courants plus faibles \Rightarrow moins de pertes Joule.
- Sections de conducteurs moins importantes.

2.2 Production

- Même masse : 50 % de puissance en plus qu'en monophasé.
- La puissance électrique fournie par générateur monophasé n'est pas constante dans le temps : on dit qu'elle fluctue. Un générateur triphasé présente l'énorme avantage de fournir une Puissance instantanée constante dans le temps :
 - Pas de vibrations dans les machines.
 - Pas de risques de rupture des arbres de transmission.

2.3 Utilisation

- Deux tensions pour le même réseau : la première est prise entre deux phases, et la seconde est prise entre une phase et le neutre.
- Le triphasé permet de créer des champs magnétiques tournants, ce que ne permet pas le monophasé. Ce champ est utilisé pour entraîner les moteurs triphasés.
 - Moteurs triphasés.
- Meilleur couple au démarrage.
- Meilleur rapport qualité-prix.
- Dans les montages à redresseurs, le système triphasé a un taux d'ondulation nettement

inférieur à celui du monophasé. Redressement (alternatif \rightarrow continu) plus facile.

2.4 Distribution

La distribution se fait à partir de quatre bornes + la terre :

- Trois bornes de **phase** repérées de façon normalisées par **1, 2, 3** ou **A, B, C** ou **R, S, T** (sur les anciennes distributions).
- Une borne de **neutre N**.

On distingue deux types de tensions : Les tensions simples et les tensions composées.

3. Etude des tensions simples

Définition

Les tensions simples (ou étoilées ou de phase) sont les tensions efficaces mesurées entre chacune des phases et le neutre. Les tensions simples se notent V et s'expriment en volt (V). Neutre indispensable.

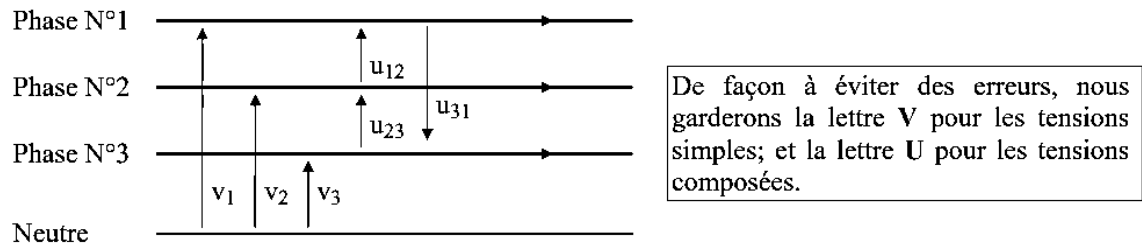


Figure 1 : ligne triphasée.

Il existe 3 tensions simples :

- V_1 : Tension simple entre la phase 1 et le neutre.
- V_2 : Tension simple entre la phase 2 et le neutre.
- V_3 : Tension simple entre la phase 3 et le neutre.

4. Etude des tensions composées

Les tensions **composées** (ou de ligne) sont les tensions efficaces mesurées entre **deux phases**. Les tensions composées se notent U et s'expriment en volt (V).

Il existe 3 tensions composées :

- U_{12} : Tension composée entre la phase 1 et la phase 2.
- U_{23} : Tension composée entre la phase 2 et la phase 3.
- U_{31} : Tension composée entre la phase 3 et la phase 1.

La loi des mailles permet d'exprimer les tensions composées (ou tensions entre phases): $u_{12}(t)$, $u_{23}(t)$ et $u_{31}(t)$ à partir des tensions simples:

$$\begin{cases} u_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t) \\ u_{23}(t) = v_2(t) - v_3(t) \\ u_{31}(t) = v_3(t) - v_1(t) \end{cases}$$

On pourrait de même exprimer les tensions $u_{21}(t)$, $u_{32}(t)$ et $u_{13}(t)$.

Remarque : Les trois tensions efficaces composées sont égales à 380 V (ou 400 V).

5. Définition d'un système triphasé équilibré

On appelle système triphasé équilibré un ensemble de trois grandeurs sinusoïdales (**charges**) alternatives de **même nature**, de même amplitude, de même fréquence et déphasées entre elles de $2\pi/3 = 120^\circ$.

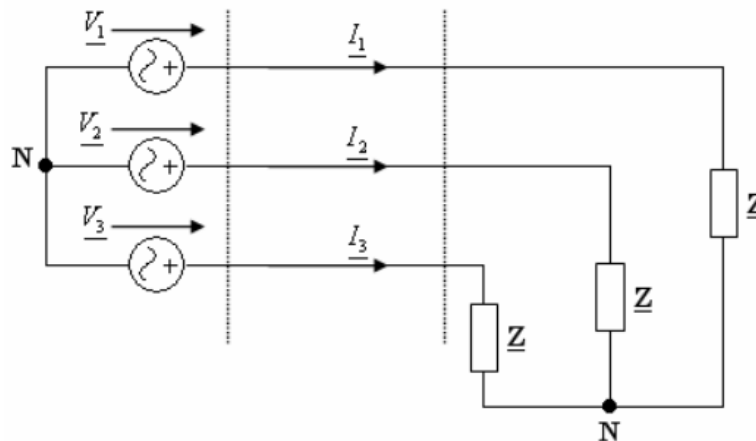
Lorsque les charges sont équilibrées, le conducteur neutre est inutile car un point neutre artificiel se forme au point commun du couplage Etoile, qui équilibre naturellement les grandeurs électriques.

Remarque :

Même nature = trois courants ou trois tensions.

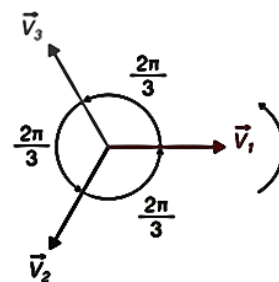
Les charges sont constituées de résistances par conséquent, les courants et les tensions correspondantes restent en phase.

Exemple : Considérons le système triphasé suivant :



Le système de tensions triphasées s'écrit :

$$\begin{cases} v_1(t) = V_1\sqrt{2}. \sin(\omega t - 0) \\ v_2(t) = V_2\sqrt{2}. \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ v_3(t) = V_3\sqrt{2}. \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$



$v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_3(t)$ forment un système triphasé. V_1 , V_2 et V_3 sont des valeurs efficaces.

Pour un système équilibré : les trois grandeurs ont la même valeur efficace V .

$$\begin{cases} v_1(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \\ v_2(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_3(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Remarque : Les trois tensions efficaces simples sont égales à 220 V (ou 230 V).

6. Système triphasé équilibré direct ou inverse

Le système triphasé est **équilibré direct**. V_1 est en avance sur V_2 qui est en avance sur V_3 .

Ordre : 1, 2, 3, 1,...

Le système triphasé est **équilibré inverse**. V_3 est en avance sur V_2 qui est en avance sur V_1 .

Ordre : 1, 3, 2, 1,...

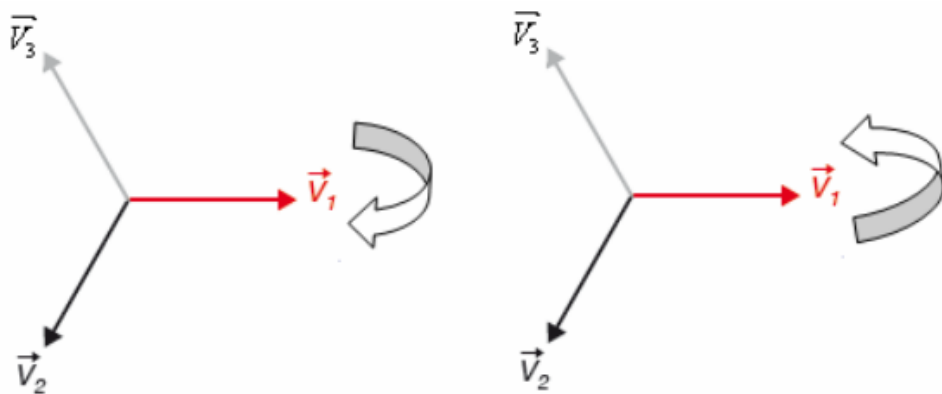


Figure 2 : (à gauche) Système équilibré **direct**, (à droite) Système équilibré **inverse**.

7. Représentation temporelle

7.1 Tensions simples

Les trois tensions simples sont sinusoïdales. Elles ont la même valeur maximale, la même valeur efficace, la même période et la même fréquence. Elles sont déphasées de 120° les unes par rapport aux autres.

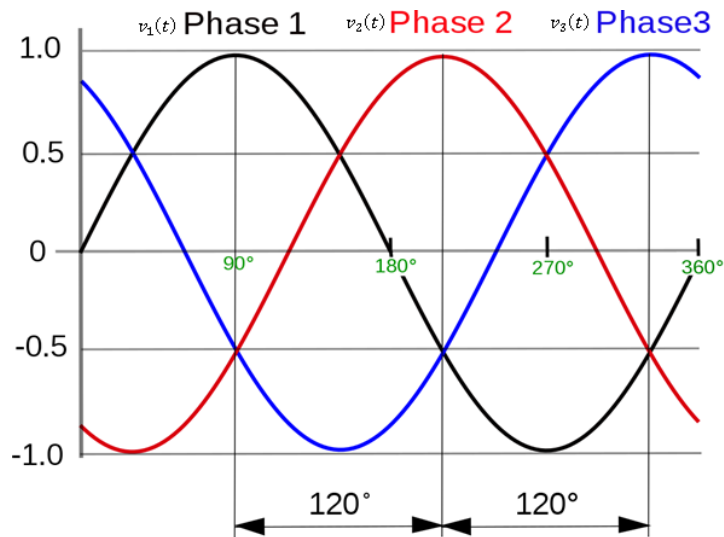


Figure 3 : système triphasé de tensions simples.

7.2 Tensions composées

Les trois tensions composées sont sinusoïdales. Elles ont la même valeur maximale, la même valeur efficace, la même période et la même fréquence. Elles sont déphasées de 120° les unes par rapport aux autres.

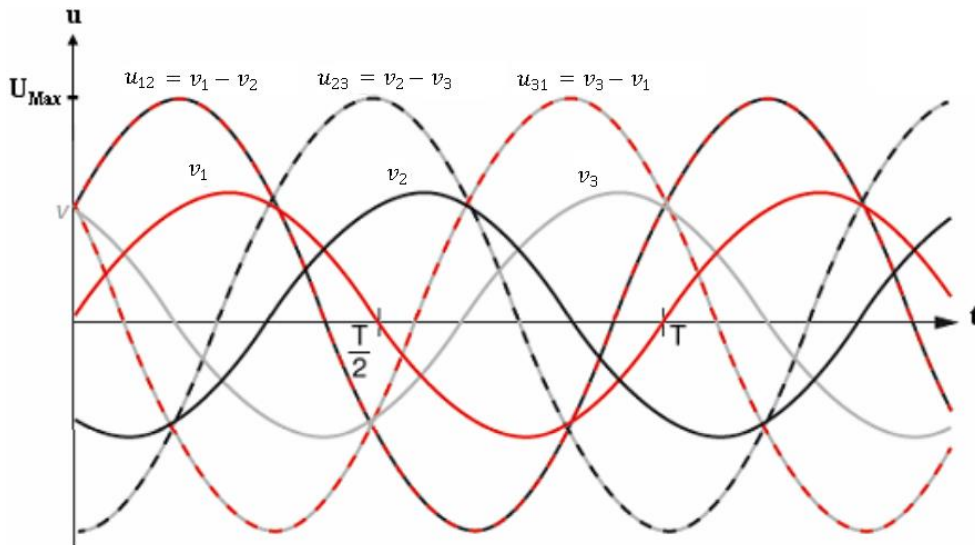


Figure 4 : système triphasé de tensions composées.

8. Représentations vectorielles (vecteurs de Fresnel)

8.1 Tensions simples

Le système triphasé de tensions simples décrit plus haut dans la Fig.4 peut se représenter dans un plan vectoriel (Fig. 5). La longueur des vecteurs correspond à l'amplitude des sinusoïdes qui forment le système. En électrotechnique, ce sont plutôt les valeurs efficaces qui intéressent les utilisateurs, la représentation vectorielle du système est très

souvent réalisée à partir des valeurs efficaces des fonctions sinusoïdales.

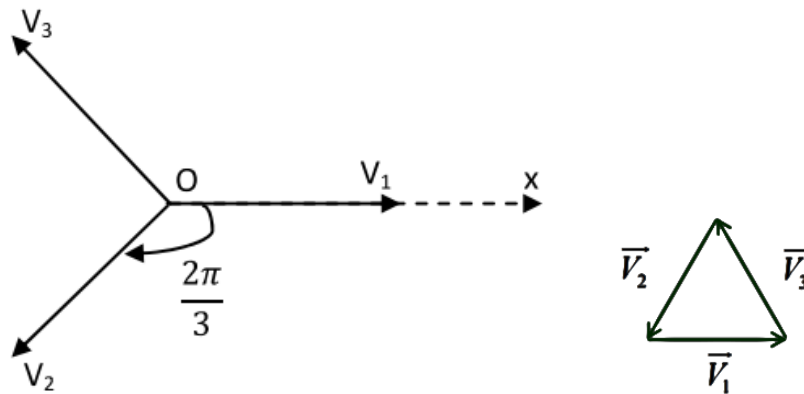


Figure 5 : représentation vectorielle d'un système triphasé de tensions simples.

Dans un système triphasé équilibré la somme vectorielle des tensions simples est nulle.

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{0}$$

À tout instant, la somme des valeurs instantanées des tensions simples est nulle.

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

8.2 Tensions composées

Les tensions composées se sont exprimées par les relations suivantes :

$$\begin{cases} u_{12}(t) = U\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \\ u_{23}(t) = U\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ u_{31}(t) = U\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{7\pi}{6}\right) \end{cases}$$

A partir des expressions définies précédemment, la tension composée $u_{12}(t)$ est présentée par

$$u_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t)$$

En remplaçant $v_1(t)$ et $v_2(t)$ par leur définition, on trouve :

$$u_{12}(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) - V\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

On utilise la formule trigonométrique suivante :

$$\sin(p) + \sin(q) = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$u_{12}(t) = V\sqrt{2} \cdot \left(2\cos\left(\frac{\omega t + \omega t - \frac{2\pi}{3}}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega t - \omega t + \frac{2\pi}{3}}{2}\right) \right)$$

$$u_{12}(t) = 2V\sqrt{2} \cdot \left(\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right) = 2V\sqrt{2} \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= V\sqrt{2} \sqrt{3} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

On applique les formules suivantes : $\cos(-a) = \cos(a)$; $\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin(a)$

$$u_{12}(t) = V\sqrt{2} \sqrt{3} \cdot \cos\left(-\left(\frac{\pi}{3} - \omega t\right)\right) = V\sqrt{2} \sqrt{3} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - \omega t\right)$$

$$= V\sqrt{2} \sqrt{3} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} - \omega t\right) = V\sqrt{2} \sqrt{3} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right)\right)$$

$$u_{12}(t) = \sqrt{3} V\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

De la même façon, on trouve :

$$u_{23}(t) = U\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_{31}(t) = U\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{7\pi}{6}\right)$$

- On construit le vecteur \vec{u}_{12}

On a : $\vec{u}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$ que l'on peut écrire : $\vec{u}_{12} = \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2)$

On peut donc tracer $-\vec{V}_2$ puis en faire la somme avec : \vec{V}_1 pour obtenir \vec{u}_{12} .

- Construction de \vec{u}_{12}

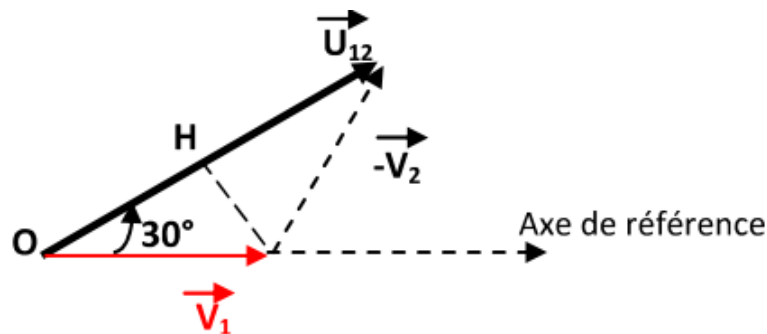


Figure 6 : Diagramme de Fresnel.

En procédant de façon analogue pour les autres vecteurs, nous obtenons le diagramme de Fresnel des tensions composées :

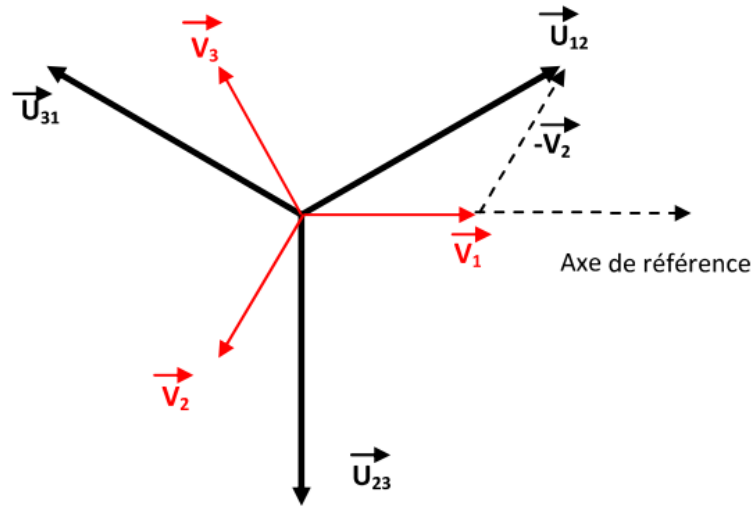


Figure 7 : Diagramme de Fresnel des tensions simples et composées.

Pour une simple présentation, on donne les représentations suivantes :

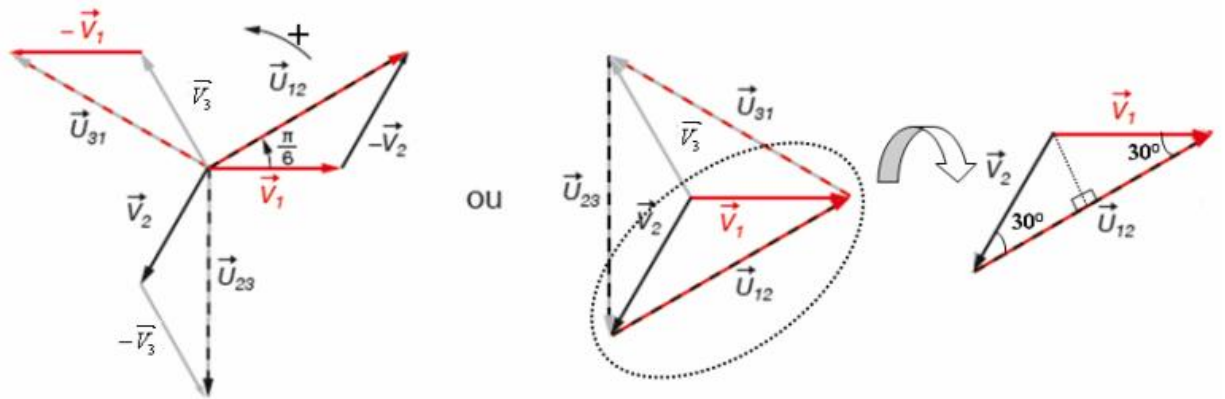


Figure 8 : Diagramme de Fresnel et le triangle des tensions.

Les déphasages entre u_{12} et v_1 , u_{23} et v_2 , u_{31} et v_3 sont égaux : Les tensions composées sont en avance de 30° soit $\pi/6$ rad sur les tensions simples.

9. Relation entre les tensions

Par construction vectorielle (Diagramme de Fresnel) :

$$u_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t)$$

Ce qui donne : $U_{12} = V_1 - V_2$

Les tensions simples et les tensions composées sont liées par la loi (voir la figure 7):

$$\cos(30^\circ) = \frac{U/2}{V} \Rightarrow U = 2V \cos(30^\circ) = 2V \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow U = \sqrt{3} V$$

Remarque :

Cette relation est toujours vraie quelque soit la charge.

Notation :

Pour identifier un réseau triphasé, il existe deux notations possibles :

- $3 \times 380 \text{ V}$: Réseau triphasé avec tension composée de 380 V.
- $220 / 380 \text{ V}$: Réseau triphasé avec tension simple de 220 V et tension composée de 380 V.

10. Assemblage des dipôles sur ligne triphasée

10.1 Quelques définitions

A. Récepteurs triphasés : Un récepteur = 3 dipôles : Ce sont des récepteurs constitués de trois dipôles d'impédances Z (différentes ou égales).

B. Récepteurs triphasés équilibrés : Ce sont des récepteurs constitués de trois récepteurs monophasés identiques (trois dipôles identiques). Un récepteur triphasé présente donc deux bornes.

C. Couplage d'un récepteur : Manière dont on connecte les trois éléments entre eux et à la ligne.

D. Courants par phase : Les courants qui traversent les éléments Z du récepteur triphasé. Symbole : J .

E. Courants en ligne : Ce sont les courants qui passent dans les fils du réseau triphasé. Symbole : I .

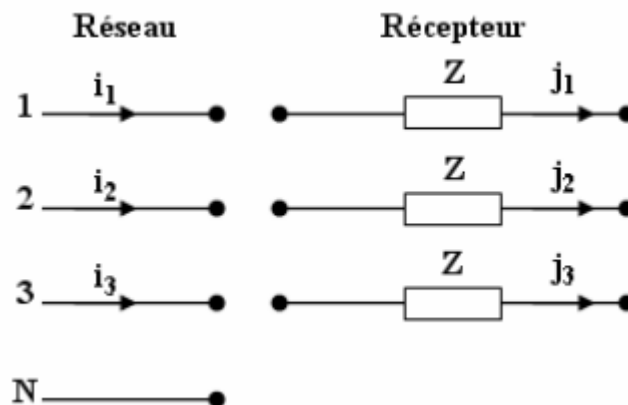


Figure 9 : Récepteur triphasé.

Le réseau et le récepteur peuvent se relier de deux façons différentes : en **étoile** ou en **triangle**.

10.2 Couplage en étoile

A. Montage

L'assemblage de trois dipôles en étoile (Fig. 10. a) est symbolisé par le graphisme ou la

lettre Y ou y. Mais pour faciliter le dessin, on le représente le plus souvent comme sur la Fig. 10. b.

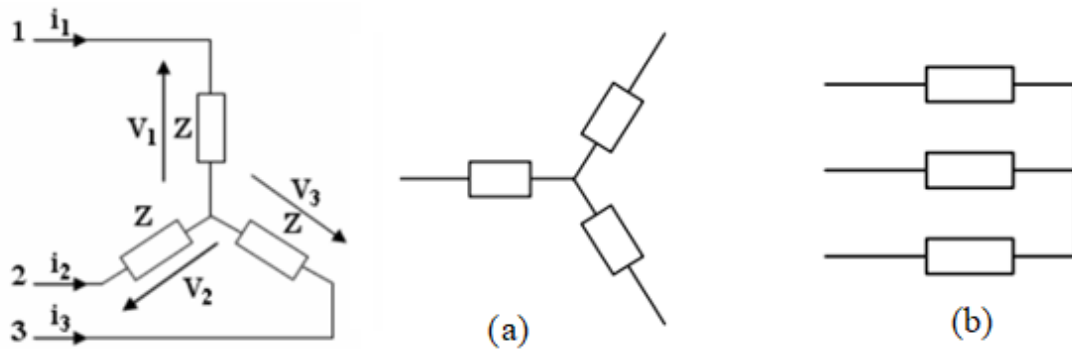


Figure 10 : Couplage étoile.

Même branchement représenté de deux façons différentes. Le premier schéma explique le terme « étoile ».

B. Montage étoile avec le neutre relié

Dans un couplage en étoile, chaque dipôle est relié entre le neutre et une phase du réseau.

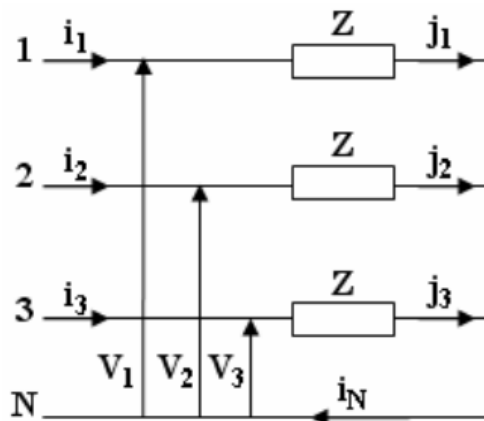


Figure 11 : Montage étoile avec le neutre relié.

Si le conducteur de neutre est relié au centre de l'étoile, le calcul de l'état électrique du montage consiste à déterminer le courant dans chaque dipôle connaissant la nature de celui-ci et la tension $v_1(t)$, $v_2(t)$ ou $v_3(t)$ à ses bornes.

Le courant dans le neutre s'obtient en appliquant la loi des nœuds :

$$i_N(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)$$

Si le montage est **équilibré**, comme ici, alors les trois récepteurs ont même impédance

$$\text{donc } I_N = 0 \Rightarrow I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

C. Montage étoile, sans le neutre relié

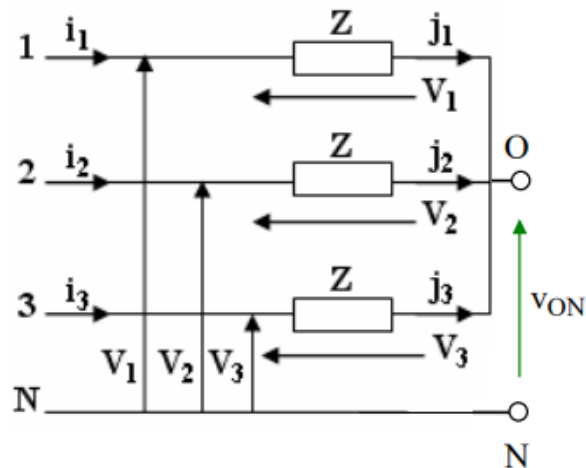


Figure 12 : Montage étoile, sans le neutre relié.

Si le neutre n'est pas relié et que les trois dipôles sont linéaires, on peut remarquer que le dipôle ON entre le centre de l'étoile et le neutre est un dipôle linéaire dont on peut calculer le modèle équivalent de Norton :

Le courant de court-circuit I_{cc} est le courant qui existerait dans le neutre si les points O et N étaient reliés. (On se ramène au cas précédent).

L'impédance équivalente Z_{eq} est obtenue en remplaçant les générateurs indépendants par leur impédance interne. On peut ensuite en déduire la tension « à vide » V_{ON} (tension équivalente de Thévenin) par la relation de dualité Thévenin / Norton : $V_{ON} = Z_{eq} \cdot I_{cc}$, ce qui revient à redémontrer le théorème de Millman.

Connaissant v_{ON} , on en déduit $v'_1 = v_1 - v_{ON}$, $v'_2 = v_2 - v_{ON}$ et $v'_3 = v_3 - v_{ON}$ puis les courants i_1 , i_2 et i_3 . (En utilisant les complexes ou les vecteurs de Fresnel)

✓ Si le montage est **équilibré**,

En appliquant la dualité Thévenin/Norton aux expressions complexes, on en déduit la valeur de la tension complexe à vide du dipôle ON (tension équivalente de Thévenin) : $V_{ON} = Z_{eq} \cdot I_N = Z_{eq} \cdot 0 = 0$.

Remarque importante

Dans un montage étoile constitué de dipôles passifs linéaires identiques (montage équilibré) soumis à des tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées : Le potentiel du centre de l'étoile est égal au potentiel du neutre. (Que le neutre soit relié ou non.).

➤ Si le neutre est relié, son courant est nul.

➤ Si le neutre n'est pas relié, son courant est nul.

Le fil neutre n'est donc pas **nécessaire**. Pour un système triphasé équilibré, **le fil neutre est inutile**.

D. Relations entre les courants

On constate sur les schémas précédents que les courants en ligne sont égaux aux courants par phase.

$$i_1 = J_1, \quad i_2 = J_2, \quad i_3 = J_3$$

De plus, la charge et le réseau sont équilibrés, donc : $I_1 = I_2 = I_3 = I = J$

On retiendra pour le couplage étoile :

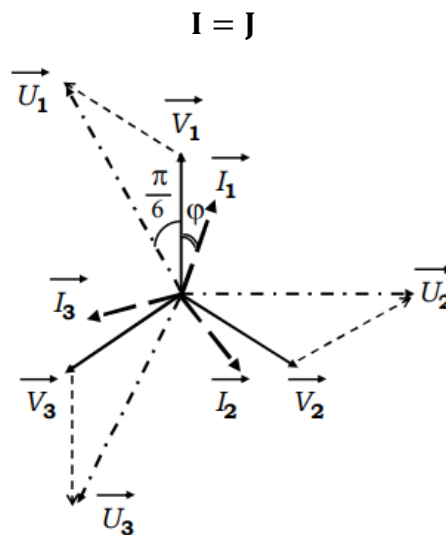


Figure 13 : Diagramme de Fresnel.

La figure 13 montre que les tensions entre les lignes U et les tensions entre phase et neutre V , sont reliées par :

$$u_1(t) = v_1(t) - v_2(t) \quad \vec{U}_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$$

$$u_2(t) = v_2(t) - v_3(t) \quad \vec{U}_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$$

$$u_3(t) = v_3(t) - v_1(t) \quad \vec{U}_3 = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$$

$$U = 2V \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad \Rightarrow \quad U = \sqrt{3} V$$

De plus chaque dipôle est soumis à une tension simple on pourra écrire : $\underline{V} = \underline{Z} \times \underline{I}$

alors :

$$\underline{U} = \sqrt{3} \underline{V}$$

Dans le montage étoile le courant dans la ligne est égal au courant dans la phase.

10.3 Couplage en triangle

A. Montage

L'assemblage de trois dipôles en triangle (Figure 14) est représenté par le symbole Δ (prononcer "delta") ou la lettre D ou d. Mais pour faciliter le dessin, on le représente le plus souvent comme sur la Figure (14 à gauche).

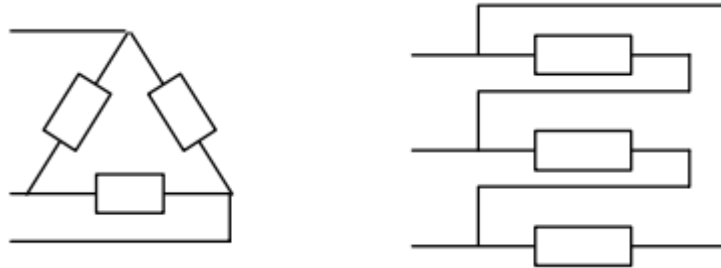


Figure 14 : Couplage en triangle.

Dans un couplage en triangle, chaque dipôle est relié entre deux phases du réseau. Le neutre n'est pas utilisé.

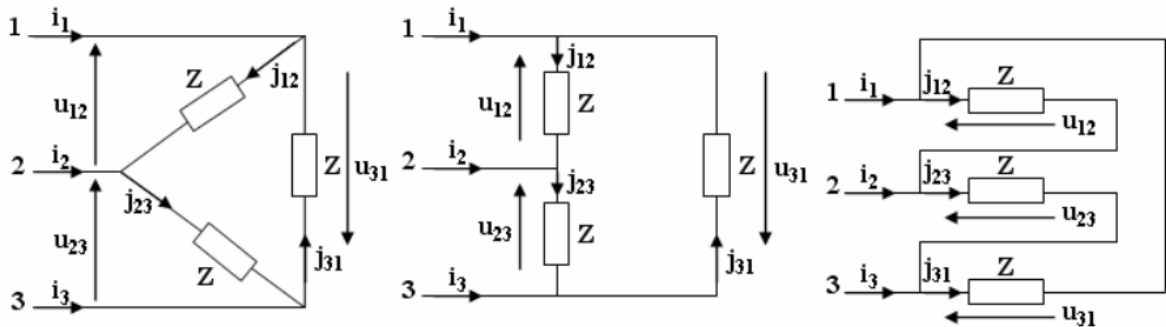


Figure 15 : charges montées en triangle.

Le même branchement peut être représenté de trois façons différentes, le premier schéma explique le terme « triangle », comme il s'agit des mêmes impédances,

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \text{ et } j_{12} + j_{23} + j_{31} = 0$$

Dans ce cas, le fil neutre n'est pas nécessaire.

B. Relations entre les courants

D'après les schémas du montage triangle de la figure 15:

$$i_1 = j_{12} - j_{31} \Rightarrow \underline{I}_1 = \underline{J}_{12} - \underline{J}_{31}$$

$$i_2 = j_{23} - j_{12} \Rightarrow \underline{I}_2 = \underline{J}_{23} - \underline{J}_{12}$$

$$i_3 = j_{31} - j_{23} \Rightarrow \underline{I}_3 = \underline{J}_{31} - \underline{J}_{23}$$

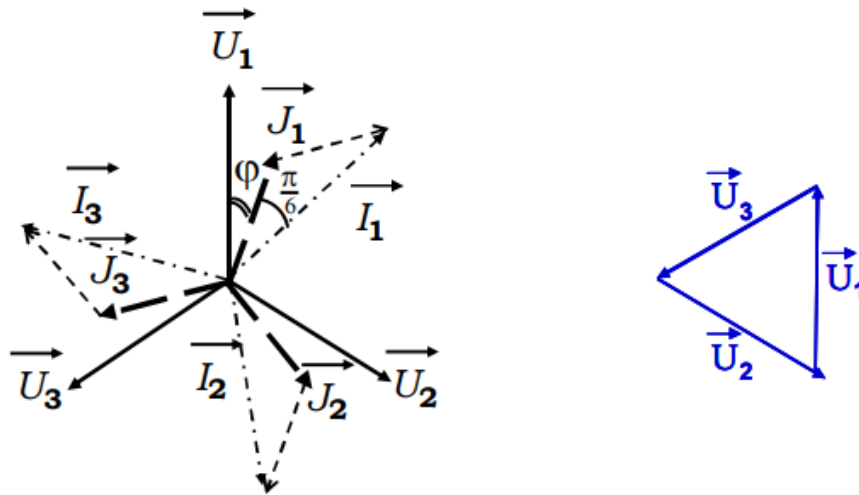


Figure 16 : Diagramme de Fresnel.

Le système triphasé est équilibré : $I_1 = I_2 = I_3$ et $J_{12} = J_{23} = J_{31} = J$

Pour le couplage triangle, la relation entre I et J est la même que la relation entre V et U .

La figure 16 montre que les courants I dans les lignes forment un système triphasé équilibré déphasé de 30° par rapport au système des courants J . On a :

$$I = 2J \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{3} J$$

Pour le couplage triangle :

$$I = \sqrt{3} J$$

Dans le couplage triangle, le neutre n'est pas utilisé, donc les tensions simples n'interviennent pas. Donc : $U = V$.

De plus pour chaque dipôle, nous aurons la relation : $\underline{U} = \underline{Z} \times \underline{J}$

11. Plaque à bornes normalisée

Un récepteur pouvant se brancher en étoile ou en triangle suivant le réseau dont on dispose. On facilite le passage d'un couplage à l'autre en utilisant un bornier, aussi appelé plaque à bornes, tel que celui présenté sur les figures ci-dessous. Les trois phases d'un récepteur sont très souvent repérées par les bornes U1 et U2 pour la première d'entre elles, V1 et V2 pour la seconde et W1 et W2 pour la troisième. L'utilisation de deux ou trois câbles permet alors de coupler facilement le récepteur au réseau : Les figures suivantes indiquent les câblages à réaliser pour coupler le récepteur en étoile et en triangle.

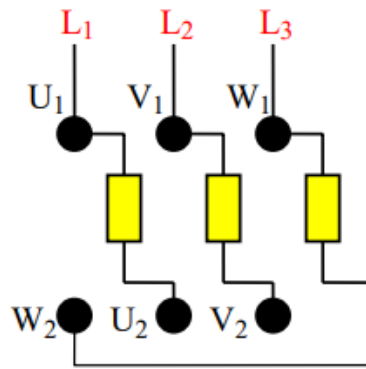


Figure 17 : Plaque à bornes.

Sur une plaque à bornes d'une machine triphasée, les bornes de connexion sont placées de façon normalisée sur deux rangées de trois bornes. Les trois dipôles sont reliés aux six bornes comme ci-dessus.

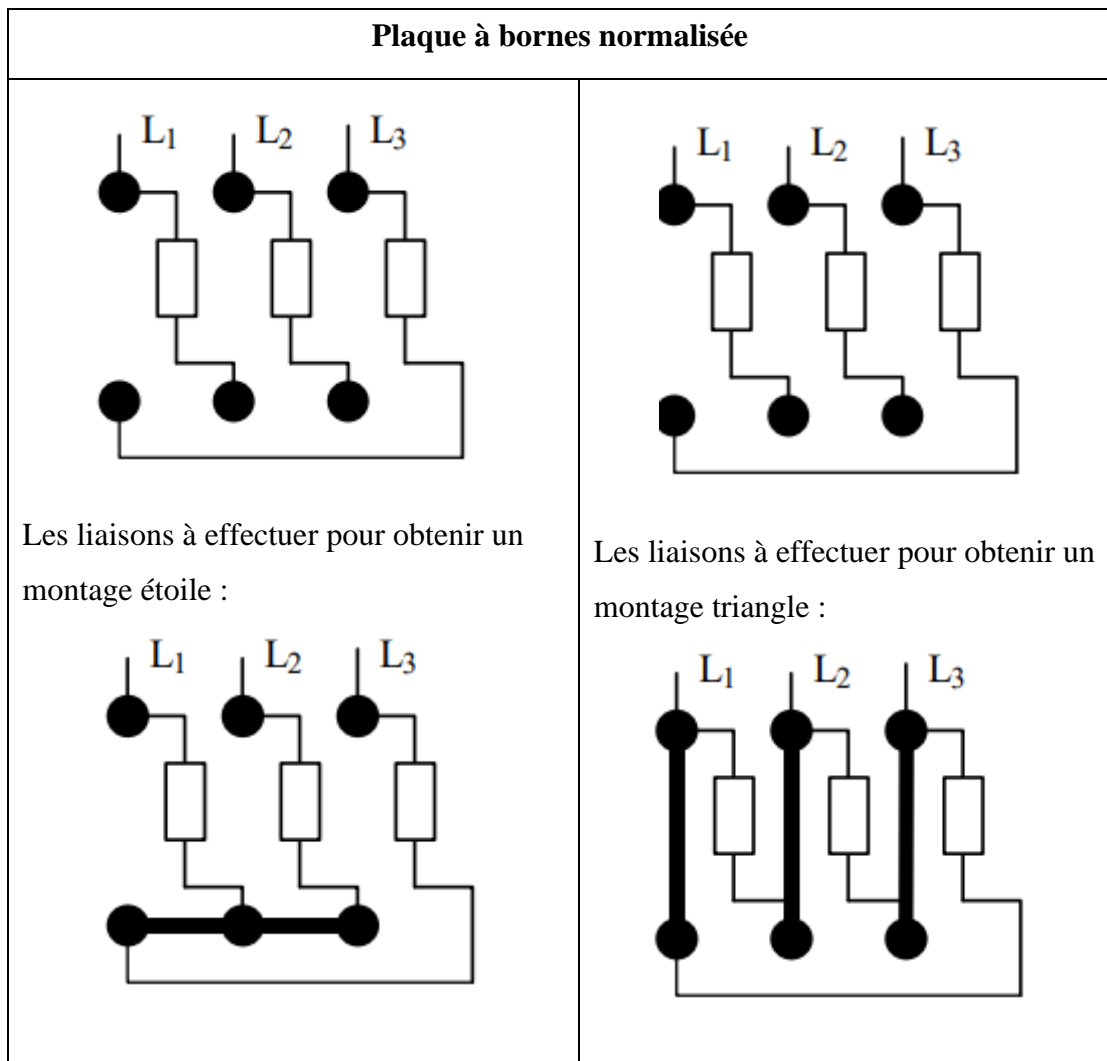


Figure 18 : Nomenclature des plaques à bornes normalisée.

12. Puissances en triphasé

Que le système soit équilibré ou déséquilibré, la puissance active consommée par une charge triphasée est :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3) dt$$

Lorsque la charge est équilibrée et montée en étoile, les puissances instantanées dans chaque phase sont (Le réseau est supposé équilibré) :

$$P_1 = V_M I_M \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) = V I \cos\varphi + V I \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$\begin{aligned} P_2 &= V_M I_M \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \\ &= V I \cos\varphi + V I \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_3 &= V_M I_M \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \\ &= V I \cos\varphi + V I \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

A chaque instant la puissance totale consommée par la charge est :

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 3 V I \cos(\varphi) \quad \text{Soit} \quad P = \sqrt{3} U I \cos(\varphi)$$

12.1 Couplage en étoile

Chaque élément d'un montage triphasé soumis à une tension de valeur efficace V (tension simple) et est traversé par un courant d'intensité efficace I (courant de ligne).

La puissance active d'un montage triphasé est :

$$P = 3 V I \cos(\varphi)$$

La puissance réactive d'un montage triphasé est :

$$Q = 3 V I \sin(\varphi)$$

La puissance apparente d'un montage triphasé est :

$$S = 3 V I$$

Comme on sait que $U = \frac{V}{\sqrt{3}}$, les résultats précédents s'écrivent :

$$P = \sqrt{3} U I \cos(\varphi) , \quad Q = \sqrt{3} U I \sin(\varphi) , \quad S = \sqrt{3} U I$$

12.2 Couplage en triangle

Chaque élément d'un montage triphasé soumis à une tension de valeur efficace U (tension composée) et est traversé par un courant d'intensité efficace J (courant de phase).

La puissance active d'un montage triphasé est :

La puissance active d'un montage triphasé est :

$$P = 3 U J \cos(\varphi)$$

La puissance réactive d'un montage triphasé est :

$$Q = 3 U J \sin(\varphi)$$

La puissance apparente d'un montage triphasé est :

$$S = 3 U J$$

Comme on sait que $I = J \sqrt{3}$, les résultats précédents s'écrivent :

$$P = \sqrt{3} U I \cos(\varphi) , \quad Q = \sqrt{3} U I \sin(\varphi) , \quad S = \sqrt{3} U I$$

Remarque

Lorsque le système est équilibré et quelque soit le couplage (la charge soit montée en étoile ou en triangle), les puissances s'expriment de la même façon en fonction de la tension composée U et du courant en ligne I .

12.3 La puissance en triphasé déséquilibré

La puissance active ou réactive d'un récepteur triphasé déséquilibré peut être obtenue en faisant la somme des puissances consommées sur chaque phase. La puissance apparente est calculée à partir des valeurs P_a , P_q mesurées. Le $\cos\varphi$ ne correspond pas au facteur de puissance, il est appelé : **facteur global**, car il n'a pas de réalité physique, le déphasage étant différent sur chacune des phases.

13. Avantages des systèmes triphasés

Les systèmes triphasés présentent de nombreux avantages par rapport aux systèmes monophasés.

a. Lors du transport de l'énergie électrique :

- ✓ Les pertes en ligne sont plus faibles en triphasé qu'en monophasé
- ✓ Avec une même masse de cuivre, l'énergie transportée en triphasé est supérieure à celle qui serait transportée en monophasé.

b. Les systèmes triphasés permettent

- ✓ D'obtenir, à partir de bobines fixes, des champs magnétiques tournants
- ✓ De disposer, au niveau du secteur de deux tensions d'alimentation. En basse tension : 220 V & 127 V et actuellement 380 V & 220 V
- ✓ D'avoir un taux d'ondulation plus faible dans les redresseurs.

Exercices d'application

Exercices d'application

Chapitre 1

Exercice 01 :

Déterminer la résistance équivalente du dipôle AB :

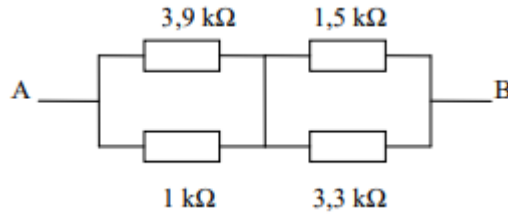


Figure 1.1.

Exercice 02 :

Compte tenu du circuit ci-dessous avec 3 A du courant traversant la résistance de $4\ \Omega$ comme indiqué sur le schéma de la figure 1. 2. Déterminer

1. Le courant à travers chacune des autres résistances
2. La tension de la batterie B_1 .
3. La puissance délivrée au circuit par la batterie B_2 .

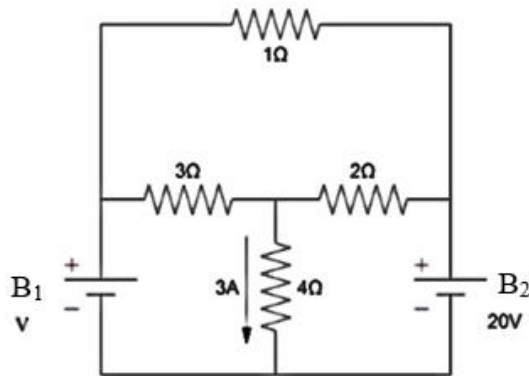


Figure 1. 2.

Exercice 03 :

Calculer la tension V_{AB} du circuit présenté dans la figure 1. 3 en utilisant les théorèmes des Millman, Superposition, Thévenin et de Norton

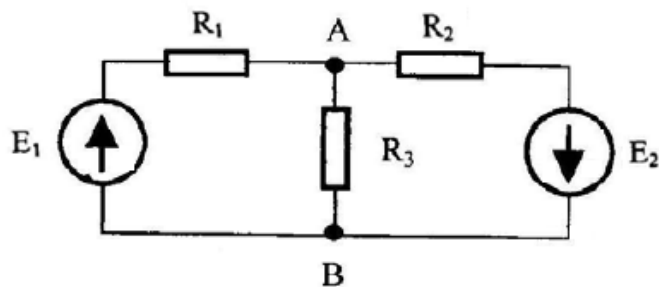


Figure 1. 3.

Exercice 4 :

En utilisant le théorème de Thévenin, calculer la tension V_{AB} du circuit de la figure 1. 4. En déduire le courant I dans la résistance R .

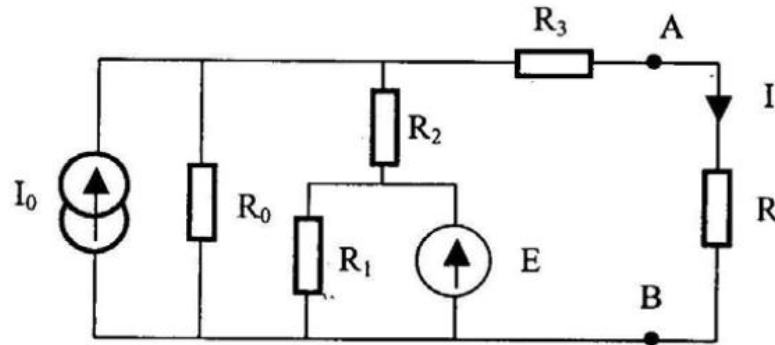


Figure 1. 4.

Exercice N°5 :

Déterminer la tension aux bornes de la résistance R du circuit de la figure 1. 5 : en utilisant successivement :

- a- Le théorème de Thévenin.
- b- Le théorème de Millman.

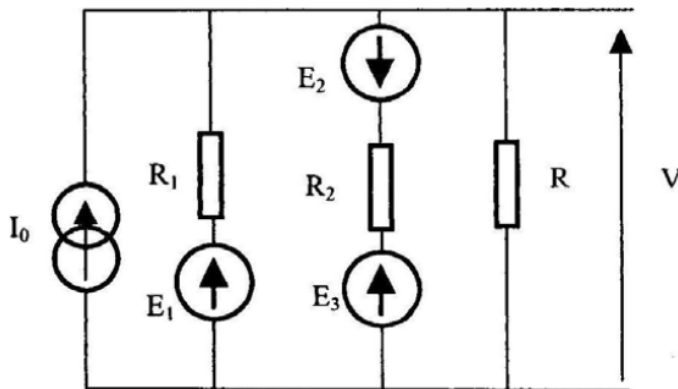


Figure 1. 5.

Exercice N°6 :

- a- Déterminer le générateur de Thevenin équivalent au circuit de la figure 1. 6 vu des points A et B : On donne : $E_1=8\text{ V}$; $E_2=12\text{ V}$; $E_3=2\text{ V}$; $R_0=5\ \Omega$; $R_1=10\ \Omega$; $R_2=15\ \Omega$; $R_3=20\ \Omega$
- b- Déterminer le générateur de Norton équivalent.

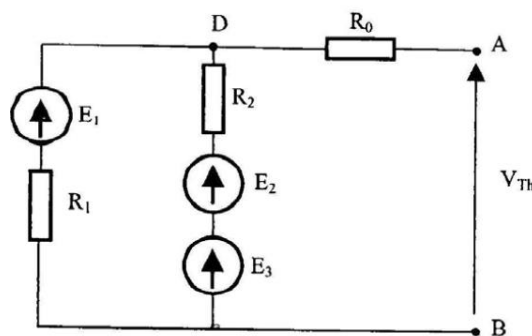


Figure 1. 6.

Chapitre 2

Exercice 1 :

- Déterminer $i_3(t)$ par la méthode des vecteurs de Fresnel et par la méthode des nombres complexes avec :

$$i_1(t) = 4\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ et } i_2(t) = 2\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{5\pi}{6}\right)$$

- Calculer φ_{i_1/i_2} , φ_{i_2/i_3} et φ_{i_1/i_3} .

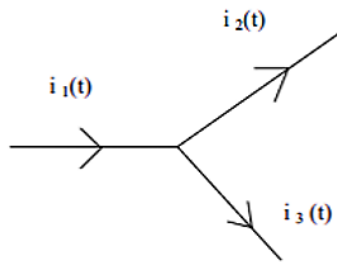


Figure 2. 1.

Exercice 2 :

1. Représentation de Fresnel :

- Construire \vec{U}_R , \vec{U}_C et \vec{U} de la figure 02.
- En déduire l'expression de Z_{eq} ainsi que l'expression du déphasage φ de u par rapport à i .
- Quelle plage de valeurs peut prendre le déphasage ?

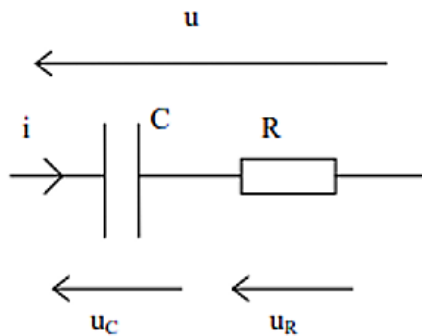


Figure 2. 2.

2) utilisation des nombres complexes pour la figure 02 :

- déterminer Z_{eq} .
- en déduire Z_{eq} et φ .

3) Application numériques

On donne $U=5V$, $f=10\text{ kHz}$, $R=1\text{ k}\Omega$ et $C=10\text{ nF}$.

- Calculer I , φ , U_R et U_C .

- Comparer U et $U_R + U_C$. Commentaires ?
- Pour quelle fréquence a-t-on $U_C = U_R$

Exercice 3 :

Une bobine est réelle, équivalente à une résistance R en série avec une inductance L .

On la branche en série avec une résistance $r = 8 \Omega$.

On donne $f=50\text{Hz}$, $U= 14 \text{ V}$, $U_B=8 \text{ V}$ et $U_r= 8 \text{ V}$.

1. Calculer I .
2. Construction du diagramme de Fresnel :
 - a. Faire la construction de Fresnel de \vec{U}_r , \vec{U}_B et \vec{U} , et calculer $\varphi_{u/i}$ et $\varphi_{uB/i}$.
 - b. A partir de \vec{U}_B construire \vec{U}_R et \vec{U}_L .
 - c. En déduire R et L .

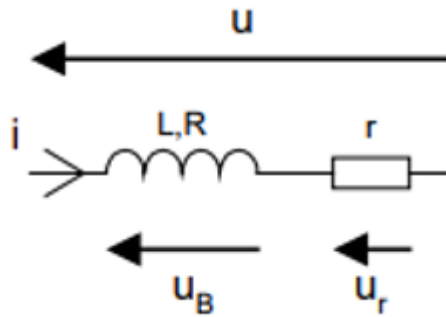
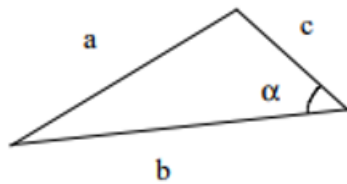


Figure 2. 3.

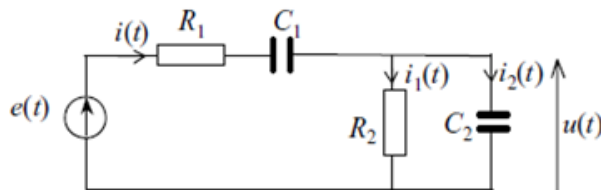
Rappel : dans un triangle quelconque : on a



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

Exercice 4 :

Soit le montage de la figure 2. 4 suivante :



Cas particulier:
 $R_1 = R_2$ et $C_1 = C_2$

Figure 2. 4.

Tracer les vecteurs de Fresnel (courants et tensions) dans le même repère si on considère le courant i_1 à l'origine des phases.

Exercice 5 : Charge monophasée

On considère la charge monophasée représentée sur la figure 2. 5, placée sous une tension sinusoïdale de valeur efficace $V = 230 \text{ V}$ et de fréquence 50 Hz .

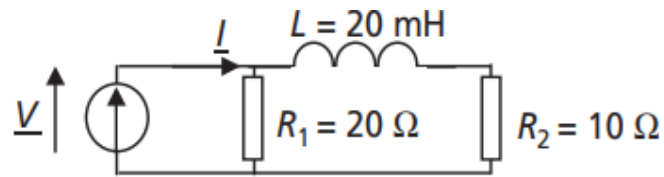


Figure 2. 5.

1. Calculer la valeur efficace du courant circulant dans la résistance.
2. Calculer la valeur efficace du courant qui traverse le circuit.
3. Calculer la valeur des puissances active P , réactive Q et apparente S relatives à ce circuit.
4. En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

Exercice 6 :

Du circuit représenté sur la figure 2. 6, on ne connaît que la valeur du courant total : $I = 2,5 \text{ A}$ ainsi que les valeurs des impédances notées sur la figure.

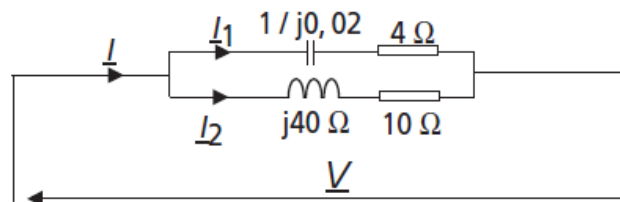


Figure 2. 6.

- 1) Calculer la valeur de la tension efficace V appliquée à cette charge (la résistance équivalente).
- 2) En déduire les valeurs de I_1 et I_2 .
- 3) Calculer la valeur de la puissance active P , de la puissance réactive Q et apparente consommées par ce circuit.
- 4) Tracer les diagrammes de Fresnel des grandeurs complexes dans chaque branche et du circuit séparément.

Chapitre 3

Exercice 1 :

Soit une charge triphasée dont chaque phase a un dipôle d'une impédance de 10Ω et de facteur de puissance 0.8. Les trois dipôles sont couplés en étoile puis en triangle sur le réseau (230 V/400 V – 50 Hz).

- Compléter le tableau ci-dessous.

	Coulage Etoile	Coulage Triangle
Tension aux bornes d'un dipôle		
Courant par phase		
Courant en ligne		
P1 (pour un dipôle)		
P		
Q		
S		

Exercice 2 :

Trois récepteurs monophasés, purement résistifs, sont montés en triangle sur le secteur 220/380V 50Hz. Sous 380V ils consomment 5.7 kW chacun.

1. Calculer le courant dans chacun d'eux et le courant dans un fil de ligne.
2. Le récepteur monté entre les phases 2 et 3 est coupé. Déterminer les différents courants en ligne.
3. Les trois récepteurs sont maintenant en étoile. Calculer la puissance active totale et la comparer à la puissance active totale dans le cas d'un montage triangle.

Exercice 3 :

Soit un récepteur triphasé équilibré inductif. Il est caractérisé par une puissance active P de 20 KW et une puissance apparente S de 30 kVA. La tension d'alimentation U est de 500 V, à 50 Hz. Déterminer l'impédance de phase correspondante, pour un coupage étoile, puis pour un couplage triangle.

Exercice 4 :

Trois lampes à incandescence de 100 W, 60 W et 40 W sont raccordées sous 230 V, selon le schéma de la figure 3. 1. Calculer :

- a- L'intensité des courants dans les lampes ;
- b- L'intensité du courant dans le conducteur N ;

c- La puissance active totale.

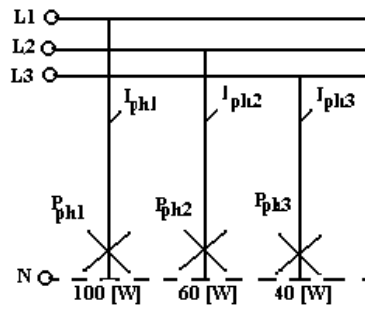


Figure 3. 1.

Exercice 5 :

Un moteur triphasé absorbe du réseau une puissance de 2.8 KW sous 3*400 V-50 Hz, $\cos\phi = 0.85$. Ses enroulements sont couplés en triangle.

Calculer :

- La tension aux bornes de chaque enroulement ;
- L'intensité du courant de ligne ;
- L'intensité du courant dans chaque enroulement ;
- La puissance réactive.

Exercice 6 :

Sur la figure 3. 2, aux bornes U1-U2 est raccordée une résistance de 230Ω , entre V1 et V2 un condensateur de $138.4 \mu\text{F}$ et entre W1 et W2 une inductance de 73.21 mH . Ce récepteur est couplé en étoile sur le réseau.

Calculer

- Le courant dans chaque impédance du récepteur
- Le courant dans le neutre

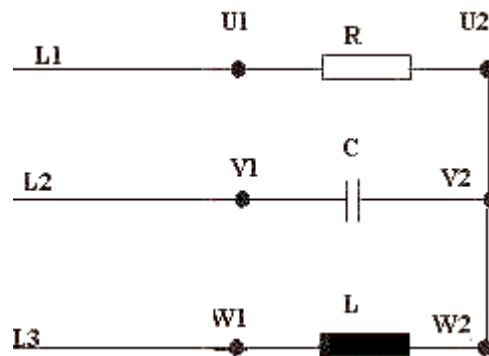


Figure 3. 2.

Questions diverses

Vrai ou faux ?

- Répondez par vrai ou faux ?

A.

	Vrai	Faux
1. Un dipôle est dit linéaire si la tension à ses bornes et le courant qui le traverse sont proportionnels.		
2. Le courant électrique circule positivement dans le sens opposé de celui des électrons.		
3. La convention réceptrice appliquée aux bornes d'un dipôle impose que tension et courant soient matérialisés par des flèches orientées dans le même sens.		
4. En régime continu, une bobine est sans effet quelle que soit sa place dans le circuit.		
5. En régime continu, un condensateur présente toujours une tension nulle à ses bornes.		
6. En régime continu, un condensateur présente toujours une tension nulle à ses bornes		
7. Un générateur de tension parfait possède une résistance interne infinie.		
8. Un générateur de courant parfait possède une résistance interne infinie.		
9. Un condensateur chargé présente obligatoirement une tension non nulle à ses bornes.		
10. Dans un circuit en régime sinusoïdal, tous les courants et tensions sont sinusoïdaux.		
11. Dans un circuit alimenté par un générateur de tension, il ne peut y avoir que des tensions et des courants continus.		
12. Deux résistances placées en série sont toujours parcourues par le même courant.		
13. Deux condensateurs placés en parallèle sont toujours parcourus par le même courant.		
14. Une bobine réelle possède toujours une résistance interne.		
15. Un condensateur chargé ne peut perdre sa charge que si on le place aux bornes d'un circuit résistif.		
16. La loi des nœuds résulte du fait qu'aucune charge électrique ne peut s'accumuler en un nœud d'un circuit.		

B.

1. Le théorème de Millman permet de réduire le nombre d'équations au cours de la résolution d'un problème d'électricité.		
2. Le théorème de Millman s'applique même lorsque l'une des branches reliées au point d'application comporte une source de courant.		
3. Il est possible d'utiliser le principe de superposition lorsque le circuit contient des bobines et des condensateurs.		
4. Le principe de superposition est une conséquence des propriétés de linéarité des dipôles.		
5. Une source de courant éteinte est à remplacer par un court-circuit.		
6. Si deux sources de tension sont liées, il est malgré tout possible d'utiliser le principe de superposition en gardant allumée ensemble toute paire de sources liées.		
7. La tension de Thévenin d'un circuit dipolaire correspond à sa tension à vide		
8. Le générateur de courant de Norton d'un circuit dipolaire correspond à son courant à vide.		
9. La résistance interne de Thévenin d'un circuit dipolaire est égale à la résistance interne du générateur de Norton équivalent.		
10. Le théorème de Thévenin s'applique uniquement en régime continu.		
11. Lorsqu'un circuit dipolaire complexe est relié à un générateur de tension parfait, la connaissance du dipôle équivalent de Thévenin de ce circuit permet de calculer directement le courant débité par le générateur.		
12. L'équivalence Thévenin /Norton permet de déterminer tous les courants circulant dans un circuit quelconque		

C.

1. En régime sinusoïdal, la tension aux bornes d'une résistance et le courant qui la traverse sont toujours en phase.		
2. L'impédance réelle d'un dipôle linéaire s'exprime en ohms.		
3. L'impédance complexe d'un dipôle linéaire s'exprime en volts par ampères.		
4. L'avance algébrique de phase du courant qui circule dans un dipôle alimenté par une source de tension sinusoïdale est égale à l'argument de l'impédance complexe de ce dipôle.		
5. La réactance d'un dipôle correspond à la partie imaginaire de son impédance complexe.		
6. La résistance d'un dipôle correspond à son impédance réelle.		
7. Le modèle complexe associé à une source $e(t) = E_{eff} \cos(\omega t + \theta)$ est équivalent à $\underline{E} = E_{eff} e^{j\theta}$		
8. Le modèle complexe associé à une source de courant $i(t) = I_{eff} \sqrt{2} \cos \omega t$ est $\underline{I} = I_{eff}$		
9. Lorsque la pulsation de la source qui alimente un circuit comportant des condensateurs tend vers des valeurs très élevées, les impédances des condensateurs peuvent être considérées comme très grandes et ces condensateurs peuvent être assimilés à des circuits ouverts.		
10. L'impédance d'une bobine est une caractéristique intrinsèque de cette bobine et donc, possède toujours la même valeur.		
11. La valeur efficace d'un courant dont on connaît la forme complexe est obtenue en calculant la partie réelle de cette forme complexe.		
12. L'avance algébrique de phase d'un signal dont on connaît la forme complexe est obtenue en calculant l'argument de cette forme complexe.		
13. Le principe de superposition ne s'applique pas au modèle complexe d'un circuit électrique.		
14. L'argument d'un nombre complexe placé sous la forme d'une fraction est égal à l'argument du numérateur moins l'argument du dénominateur.		
15. Dans la représentation complexe d'un circuit, toute résistance possède une impédance complexe qui est un nombre réel égal à la valeur de cette résistance.		
16. Le théorème de Millman s'applique à la représentation complexe d'un circuit.		

D.

1. En régime continu, la puissance moyenne et la puissance instantanée fournies par un générateur sont égales.		
2. L'énergie consommée par un dipôle doit toujours être évaluée sur un intervalle de temps donné.		
3. Un dipôle passif parcouru par un courant $i(t)$ et aux bornes duquel est appliqué une tension $e(t)$ consomme à l'instant t une puissance $p(t) = e(t)i(t)$.		
4. Une tension continue U est appliquée aux bornes de l'association série de deux résistances R_1 et R_2 . La somme des puissances consommées par chacune des résistances est égale à la puissance qui serait consommée dans la résistance équivalente $R_1 + R_2$.		
5. Une tension continue U est appliquée aux bornes de l'association parallèle de deux résistances R_1 et R_2 . La somme des puissances consommées par chacune des résistances est égale à la puissance qui serait consommée dans la résistance équivalente $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.		
6. Une résistance R est alimentée par un dispositif formé de deux générateurs de tension parfaits associés en série, E_1 et E_2 . La puissance consommée par la résistance R est égale à la somme des puissances qu'elle consommerait si elle était alimentée par E_1 seule puis par E_2 seule.		
7. L'amplitude d'une tension sinusoïdale correspond à la valeur d'une tension continue qui délivrerait la même puissance moyenne.		
8. La puissance instantanée consommée par un dipôle d'impédance complexe $Z = e^{j\varphi}$ parcouru par un courant d'intensité efficace I_{eff} et soumis à une tension E_{eff} a pour expression $E_{eff} I_{eff} \cos\varphi$.		
9. La puissance moyenne consommée par un dipôle en régime sinusoïdal est sa puissance réactive.		
10. La puissance instantanée fournie par un générateur sinusoïdal alimentant un dipôle quelconque est toujours inférieure à la puissance active consommée par le dipôle.		
11. Un générateur sinusoïdal alimente un dipôle formé de l'association en série d'une résistance R et d'une bobine d'auto-inductance L . Le facteur de puissance $\cos\phi$ étant jugé trop faible, on peut placer un condensateur en parallèle avec le dipôle de manière à obtenir $\cos\phi = 1$.		

<p>12. L'énergie emmagasinée sur une demi-période par un condensateur alimenté par une tension $e(t) = E_0 \cos \omega t$ et parcouru par un courant $i(t) = I_0 \cos(\omega t + \phi)$ est égale à $\frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e(t)i(t)dt$.</p>		
<p>13. Un générateur de tension sinusoïdale ne fournit pas de puissance réactive à un dipôle.</p>		
<p>14. L'énergie consommée par un dipôle au cours d'un régime transitoire de premier ordre de constante de temps τ a pour expression : $\frac{2}{T} \int_0^T e(t)i(t)dt$.</p>		
<p>15. La puissance moyenne consommée par une bobine en régime sinusoïdal est nulle.</p>		
<p>16. Le facteur de puissance d'un dipôle en régime sinusoïdal est indépendant de la pulsation de la source d'alimentation.</p>		

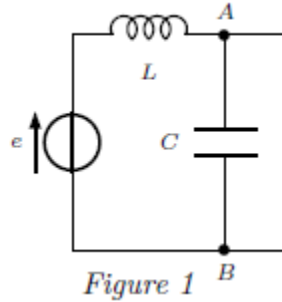
Exercices non résolus

Exercices non résolus

Exercice 1 :

Détermination des modèles de Thévenin et de Norton.

A. Déterminer le modèle de Thévenin et le modèle de Norton du dipôle représenté entre les nœuds A et B, la tension $e(t)$ étant sinusoïdale.



B. Équivalence entre deux dipôles.

On se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω et on considère les deux dipôles ci-dessous.

1. Quelles doivent être les expressions de L' et R' (en fonction de L , R et ω) pour que les deux dipôles soient équivalents ?
2. Pour quelle pulsation a-t-on $\frac{L}{R} = \frac{L'}{R'}$?

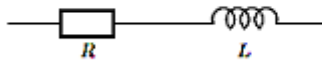


Figure 1

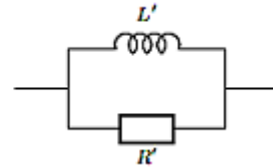
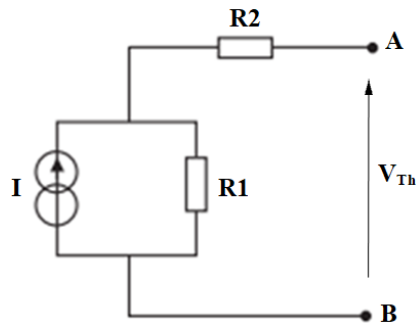


Figure 2

Exercice 2 :

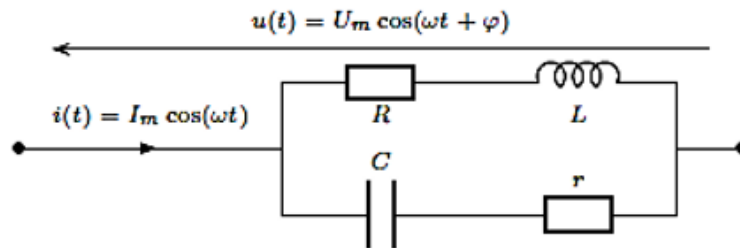
A- Soit le circuit suivant :



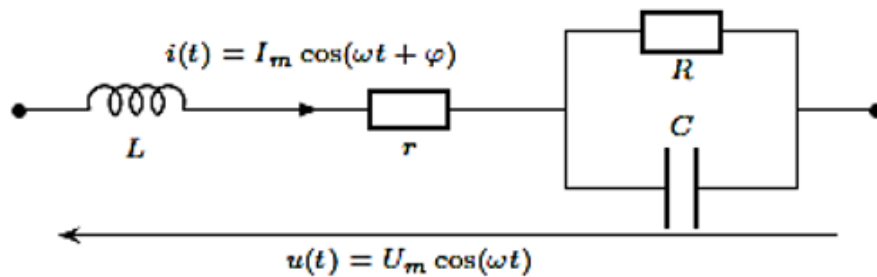
1. Déterminer le générateur de Thévenin équivalent au circuit ci-dessus entre les points A et B.
2. Déterminer le générateur de Norton équivalent au circuit ci-dessus entre les points A et B.

Exercice 3 :

1. Déterminer la puissance moyenne consommée par le dipôle ci-dessous en fonction de r, R, L, C, ω et U_{eff} .



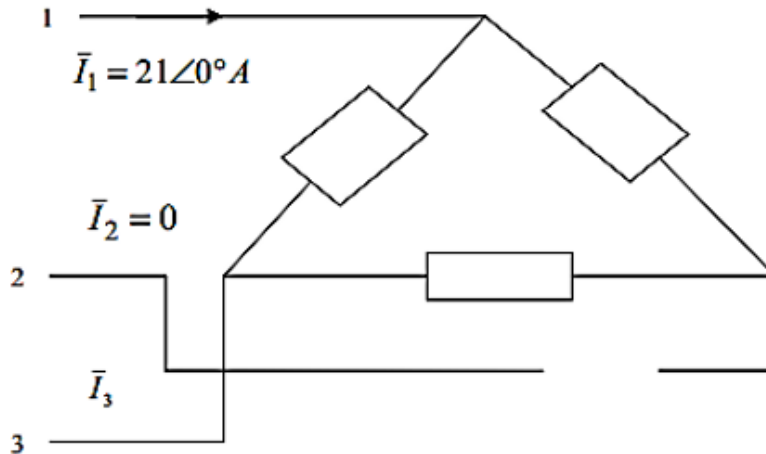
2. Exprimer la puissance active du dipôle ci-dessous en fonction de r, R, L, C, ω et I_{eff} .



Exercice 4 :

Une charge triphasée équilibrée, couplée en triangle, est alimentée triphasé équilibré de courants de ligne $\bar{I}_{1,2,3}$ avec $\bar{I}_1 = 21 \angle 0^\circ$ A.

Dans le cas d'une coupure sur une ligne, calculer les composantes symétriques de ces courants de ligne.



Exercice 5 :

Un récepteur triphasé équilibré à $f = 50$ Hz, alimenté sous une tension composée de valeur 325 V, un réseau couplé en étoile, comprenant une charge constituée d'une inductance L en série avec une résistance r dont le facteur de puissance égal à 0.866.

1. Donner le schéma du récepteur pour effectuer le couplage du réseau en représentant les différents courants et tensions.
2. Tracer le diagramme de Fresnel des courants et tensions
3. Application numérique ; on donne $r = 10 \Omega$. Calculer les valeurs numériques du courant de ligne et de la tension simple de ligne

Exercice 6 :

Un circuit RLC en série, alimenté sous tension sinusoïdale :

$$(\underline{Z}_R = R, \quad \underline{Z}_L = jL\omega, \quad \underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega})$$

- 1- Donner le schéma électrique du circuit et préciser toutes les grandeurs.
- 2- Ecrire l'expression littérale de l'impédance totale \underline{Z}, Z , et le déphasage $\varphi_{\underline{Z}}$.
- 3- Donner les expressions temporelles de : $v_R(t), v_L(t), v_C(t)$ et de la tension aux bornes du circuit $v(t)$.
- 4- Si : $R = 20 \Omega, L = 0.1H, C = 100\mu F$, et $i(t) = 5\sqrt{2}\sin(120\pi t)$ donc :
 - Refaire les questions 2 et 3.
- 5- Écrire la loi de maille qui régit ce circuit.

- 6- Représenter tous les complexes formant cette loi de maille sur un diagramme de Fresnel.
- 7- Calculer les puissances (P, Q, S) de ce circuit.
- 8- Déduire le circuit équivalent et calculer leur élément.

Solutions des exercices

Chapitre 1

Exercice 1 :

Entre A et B, nous avons les résistances $3,9 \text{ k}\Omega$ et $1 \text{ k}\Omega$ en parallèle, en série avec les résistances $1,5 \text{ k}\Omega$ et $3,3 \text{ k}\Omega$ en parallèle.

$$R_{AB} = (3,9 \text{ k}\Omega // 1 \text{ k}\Omega) + (1,5 \text{ k}\Omega // 3,3 \text{ k}\Omega) = 1,827 \text{ k}\Omega.$$

Exercice 2 :

1. Identifions les courants traversant les résistances de la valeur de la résistance (I_1, I_2, I_3, I_4), et les courants traversant les piles par le côté du circuit sur laquelle ils pendent (I_L, I_R). Commencez avec la résistance de 2Ω . Appliquez la règle de la boucle du circuit en bas à droite.

$$\begin{aligned} 20 \text{ V} &= I_2 (2 \Omega) + (3 \text{ A}) (4 \Omega) \\ I_2 &= 4 \text{ A} \end{aligned}$$

2. Passez à la résistance 3Ω . Appliquez la règle de jonction à la jonction dans le centre du circuit.

$$\begin{aligned} I_2 &= I_3 + I_4 \\ 4 \text{ A} &= I_3 + 3 \text{ A} \\ I_3 &= 1 \text{ A} \end{aligned}$$

3. Le courant à travers la résistance de 1Ω exécuté certainement de droite à gauche. Si l'on applique la règle de la boucle du circuit supérieur, nous aurons à courir contre ce courant. Cela change ce qui est normalement considéré comme une chute de potentiel en une augmentation potentielle. (Un peu comme le ski sur une montagne au lieu de descendre.)

$$\begin{aligned} I_1 (1 \Omega) &= (4 \text{ A}) (2 \Omega) + (1 \text{ A}) (3 \Omega) \\ I_1 &= 11 \text{ A} \end{aligned}$$

4. Appliquez la règle de la boucle du circuit externe pour obtenir la tension de la batterie sur la gauche (continuer avec l'hypothèse que le courant est en marche dans le sens antihoraire). Nous nous trouvons en cours d'exécution à travers la batterie gauche vers l'arrière. Cela change ce qui est normalement considéré comme une augmentation potentielle en une diminution potentielle. (Un peu comme l'utilisation des remontées mécaniques pour descendre une montagne au lieu de monter.)

$$\begin{aligned} 20 \text{ V} &= (11 \text{ A}) (12 \Omega) + V_2 \\ V_L &= 9 \text{ V} \end{aligned}$$

5. Vérifions ce résultat en répétant la procédure pour le circuit inférieur.

$$\begin{aligned} 20 \text{ V} &= (4 \text{ A}) (2 \Omega) + (1 \text{ A}) (3 \Omega) + V_2 \\ V_L &= 9 \text{ V} \end{aligned}$$

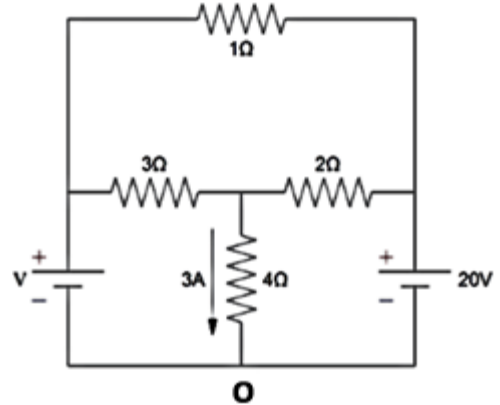
6. Bon, nous obtenons la même réponse par deux méthodes. Nous devons faire la bonne chose.

7. La puissance délivrée au circuit par la batterie sur la droite est le produit de son temps de tension le courant qu'il entraîne autour du circuit. Nous avons déjà la tension (il est donné dans le problème) tout ce qui reste est de déterminer le courant. Appliquer la règle de jonction à la jonction sur la gauche ...

$$\begin{aligned} I_L &= I_1 + I_3 \\ I_L &= 11 \text{ A} + 1 \text{ A} \\ I_L &= 12 \text{ A} \end{aligned}$$

8. et encore à la jonction au fond au nœud O :

$$\begin{aligned} I_R &= I_L + I_4 \\ I_R &= 12 \text{ A} + 3 \text{ A} \\ I_R &= 15 \text{ A} \end{aligned}$$



9. Pour trouver la puissance de la batterie sur la droite ...

$$\begin{aligned} P &= VI \\ P &= (20 \text{ V}) (15 \text{ A}) \\ P &= 300 \text{ W} \end{aligned}$$

Exercice 3 :

a) En appliquant le théorème de Millman, on obtient :

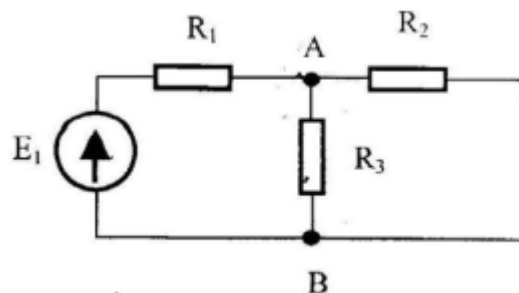
$$V_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

D'où

$$V_{AB} = \frac{R_2 E_1 - R_1 E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}}$$

b) Appliquant du théorème de superposition :

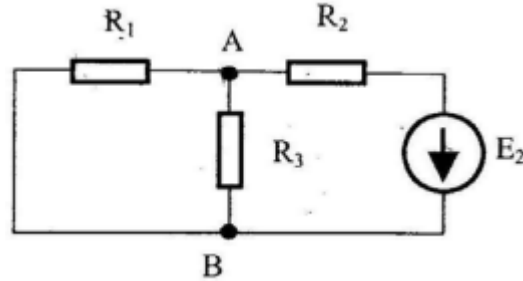
$$\blacktriangleright E_2 = 0$$



En utilisant la règle du diviseur de tension, on obtient :

$$V_{AB1} = \frac{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} \quad \text{d'où} \quad V_{AB1} = \frac{R_2 E_1}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}}$$

➤ $E_1 = 0$



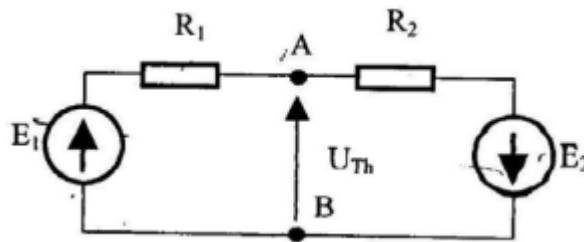
De la même façon :

$$V_{AB2} = \frac{-R_1 E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}}$$

Finalement, $V_{AB} = V_{AB1} + V_{AB2}$ nous donne de nouveau l'équation : $V_{AB} = \frac{R_2 E_1 - R_1 E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}}$

c) Théorème de Thévenin

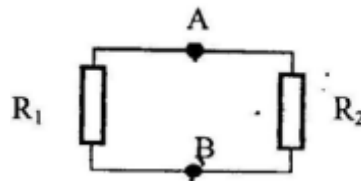
On débranche la charge R_3



A l'aide du théorème de Millman, on obtient :

$$U_{th} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

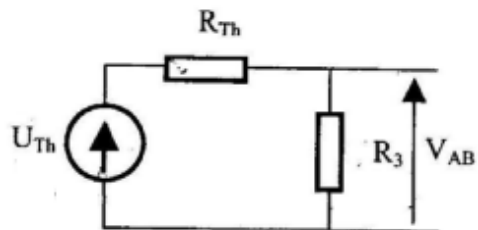
Et $R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$



Le circuit devient alors

En appliquant le diviseur de tension

$$V_{AB} = \frac{R_3}{R_{th} + R_3} U_{th}$$



En remplaçant U_{th} et R_{th} par leur expression, on retrouve l'équation : $V_{AB} = \frac{R_2 E_1 - R_1 E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}}$

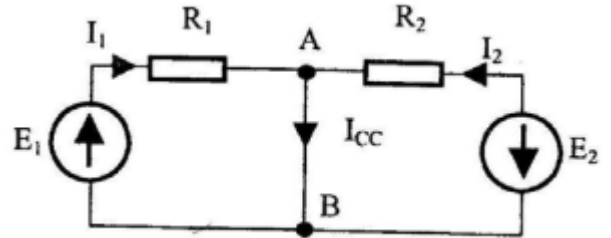
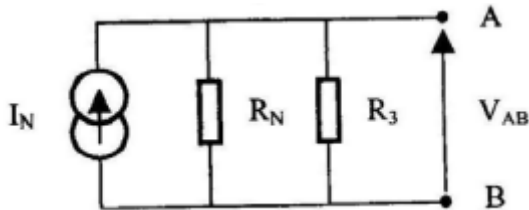
d) Théorème de Norton

Calculons le courant de court-circuit :

$$I_N = I_{cc} = I_1 + I_2$$

$$I_N = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} \quad \text{et} \quad R_N = R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

D'où le schéma équivalent :

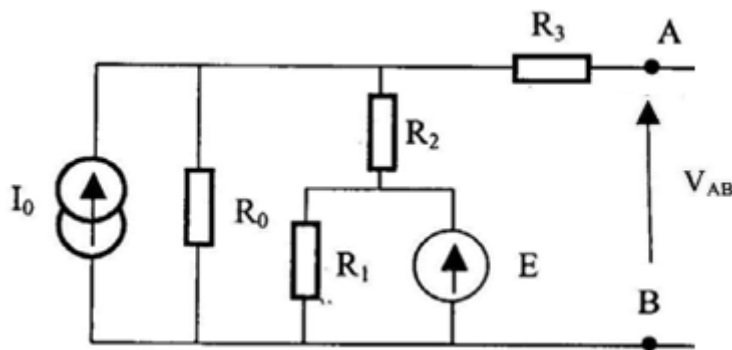


$$V_{AB} = \frac{R_N R_3}{R_N + R_3} I_N$$

$$V_{AB} = \left(\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} \right) \frac{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} R_3}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3}$$

Exercice 4 :

Le schéma du montage lorsque la charge R est débranchée est le suivant :



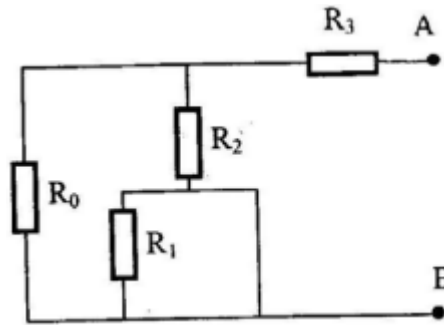
On obtient :

$$V_{AB} = \frac{R_2 E_1 - R_1 E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}}$$

Détermination de R_{AB}

Il faut ouvrir les branches des générateurs de courant et court-circuiter les générateurs de tension.

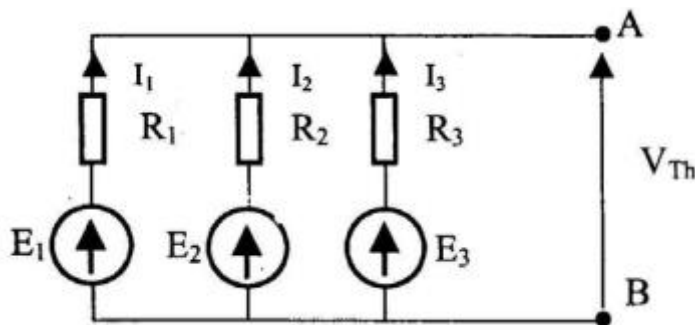
Le schéma devient alors :



$$R_{AB} = \frac{R_0 \cdot R_2}{R_0 + R_2} + R_3$$

Exercice N°5 :

ii. Le théorème de Thévenin



D'après le schéma de la figure ci-dessus (charge débranchée), on peut écrire :
 $V_{Th} = E_1 - R_1 I_1 = -E_2 - R_2 I_2 = E_3 - R_3 I_3$ et $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

D'où :

$$\frac{E_1 - V_{Th}}{R_1} - \frac{E_2 - V_{Th}}{R_2} + \frac{E_3 - V_{Th}}{R_3} = 0$$

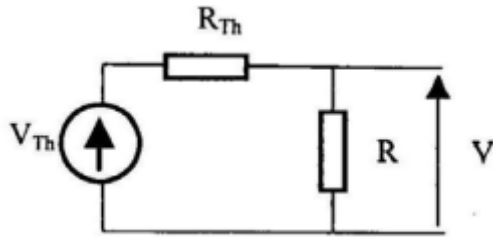
Finalement :

$$V_{Th} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Pour calculer R_{Th} , il suffit de court-circuiter les générateurs, d'où :

$$R_{Th} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Le schéma devient comme l'indique la figure ci-dessous :



iii. Théorème de Millman

L'application du théorème de Millman permet d'écrire :

$$V = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

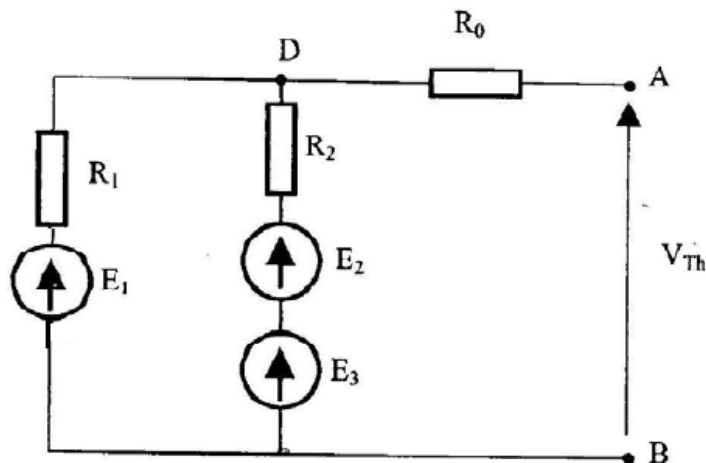
Exercice N°6 :

a. Générateur de Thévenin

✓ Pour calculer R_{Th} , il suffit de court-circuiter les générateurs de tensions d'où :

$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_0$$

On peut ainsi simplifier le circuit



Le courant traversant R_0 est nul puisqu'on a un circuit ouvert entre les points A et B →

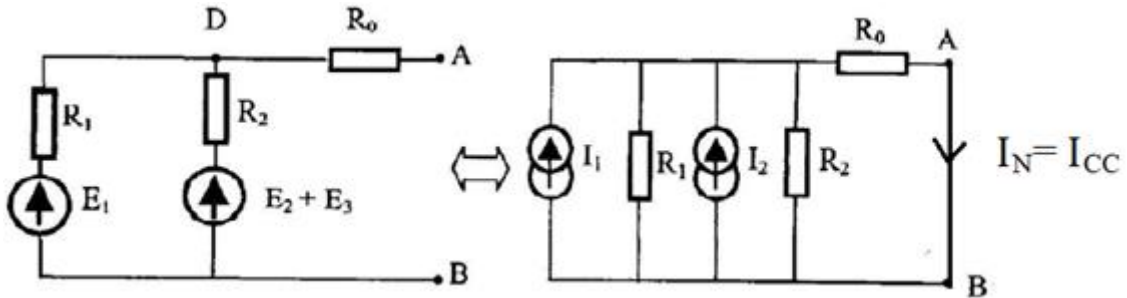
$$V_{Th} = V_{DB}$$

Par application du théorème de Millman, on trouve :

$$V_{Th} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2 + E_3}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{E_1 R_2 + (E_2 + E_3) R_1}{R_1 + R_2}$$

b. Générateur de Norton

Etant donné qu'un générateur de tension en série avec une résistance est équivalent à un générateur de courant en parallèle avec la même résistance ;

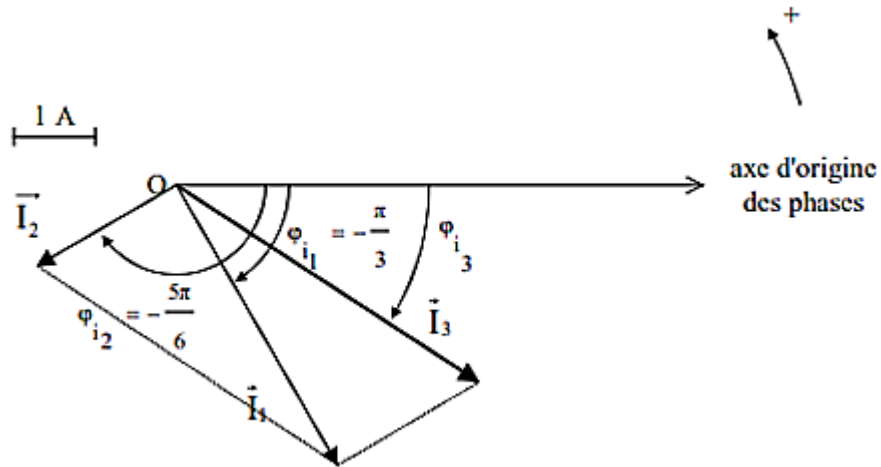


$$I_N = \frac{G_{R_0}}{G_{R_0} + G_{R_1} + G_{R_2}} (I_1 + I_2) \quad ; \quad R_N = R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_0$$

Chapitre 2

Exercice 1 :

- Vecteurs de Fresnel
- Loi des nœuds : $\vec{I}_3 = \vec{I}_1 - \vec{I}_2$



Graphiquement :

$$\vec{I}_3 = 4.5 \text{ A}$$

$$\varphi_{i_3} = -33^\circ = -0.58 \text{ rad}$$

$$\text{D'où } i_3(t) = 4.5\sqrt{2}\sin(\omega t - 0.58)$$

- Nombres complexes

$$\begin{aligned} \underline{I}_3 &= \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = \left(4, -\frac{\pi}{3}\right) - \left(2, -\frac{5\pi}{6}\right) = (2 - 2\sqrt{3}j) - (\sqrt{3} - j) \\ &= 2 + \sqrt{3} + (1 - 2\sqrt{3})j = (4.472; -0.584 \text{ rad}) \end{aligned}$$

Finalement : $i_{3(t)} = 4.472\sqrt{2} \sin(\omega t - 0.548)$

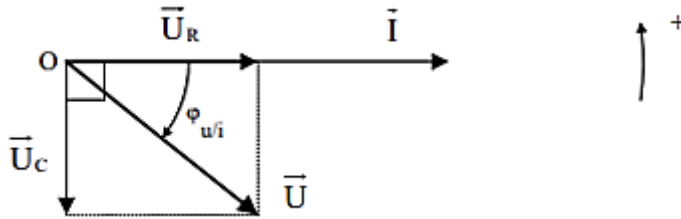
$\varphi_{i_1/i_2} = -\frac{\pi}{3} - (-\frac{5\pi}{6}) = +\frac{\pi}{2} = +90^\circ$: i_1 est en quadrature avance sur i_2

$\varphi_{i_2/i_3} = -\frac{5\pi}{6} - (-0.584) = -2.034 \text{ rad} = -116^\circ$

$\varphi_{i_1/i_3} = \varphi_{i_1/i_2} + \varphi_{i_2/i_3} = -0.463 \text{ rad} = -26^\circ$

Exercice 2 :

1. $\vec{U} = \vec{U}_C + \vec{U}_R$



Par définition : $Z_{eq} = \frac{U}{I}$

Théorème de Pythagore : $U^2 = U_R^2 + U_C^2$

Avec : $U_R = RI$ et $U_C = \frac{1}{C\omega}I$

D'où : $Z_{eq}^2 = \frac{U^2}{I^2} = R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2$

Finalement : $Z_{eq} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$\tan\varphi = -\frac{U_C}{U_R} = -\frac{1}{RC\omega}$

Soit : $\varphi = -\text{artan}\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$

Le déphasage φ est compris entre -90° et 90°

2. $Z_{eq} = R - \frac{j}{C\omega}$

$Z_{eq} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$\tan\varphi = \frac{-\frac{1}{C\omega}}{R}$ d'où : $\varphi = -\text{artan}\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$

$$3. \text{ Loi d'Ohm : } I = \frac{U}{Z_{eq}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}} = 2.66 \text{ mA}$$

$$\varphi = -\text{artan}\left(\frac{1}{RC\omega}\right) = -58^\circ = -1.10 \text{ rad}$$

$$U_R = RI = 2.66 \text{ V}$$

$$U_C = \frac{1}{C\omega} = 4.23 \text{ V}$$

On remarque que : $U \neq U_R + U_C$

Les valeurs efficaces ne s'additionnent pas (sauf cas particulier).

$$U_R = U_C \Rightarrow RI = \frac{1}{C\omega} \quad \text{soit : } RC\omega = 1$$

$$f = \frac{1}{2\pi C\omega} = 15.9 \text{ kHz}$$

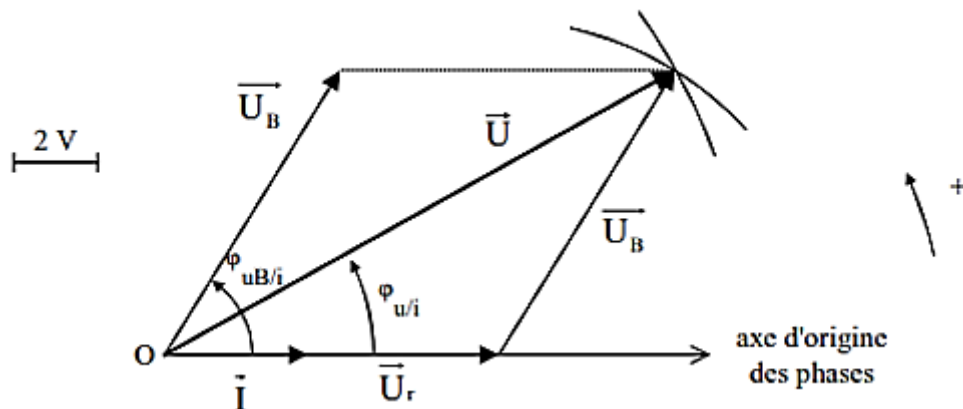
Exercice 3 :

1. Loi d'ohm : $U_r = rI$

A.N : $I=1 \text{ A}$

2. Construction de Fresnel

a. $\vec{U} = \vec{U}_C + \vec{U}_R$



Dans le triangle delimité par les trois vecteurs :

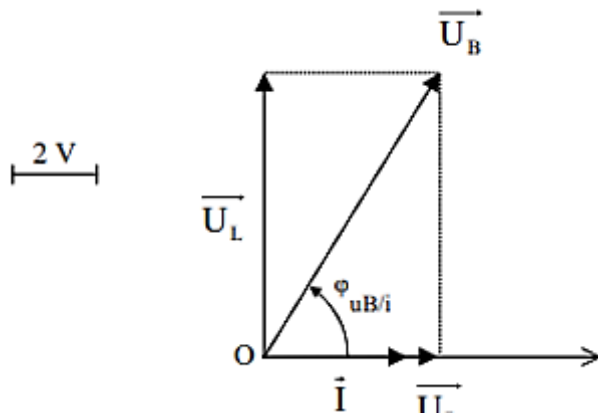
$$U_B^2 = U^2 + U_r^2 - 2UU_r \cos\varphi_{u/i}$$

$$\cos\varphi_{u/i} = \frac{U^2 + U_r^2 - U_B^2}{2UU_r} = 0.875$$

$$\varphi_{u/i} = +29^\circ$$

Pour des raisons de symétrie : $\varphi_{uB/i} = 2\varphi_{u/i} = +58^\circ$

b. $\vec{U}_B = \vec{U}_R + \vec{U}_L$



$$U_R = U_B \cos \varphi_{uB/i} = 4.25 \text{ V}$$

$$R = \frac{U_R}{I} = 4.25 \ \Omega$$

$$U_L = U_B \sin \varphi_{uB/i} = 6.78 \text{ V}$$

$$L = \frac{U_L}{\omega I} = 21.6 \text{ mH}$$

Exercice 4 :

Nous traçons le diagramme de Fresnel dans le cas particulier : $R_1 = R_2 = R$ et $C_1 = C_2 = C$

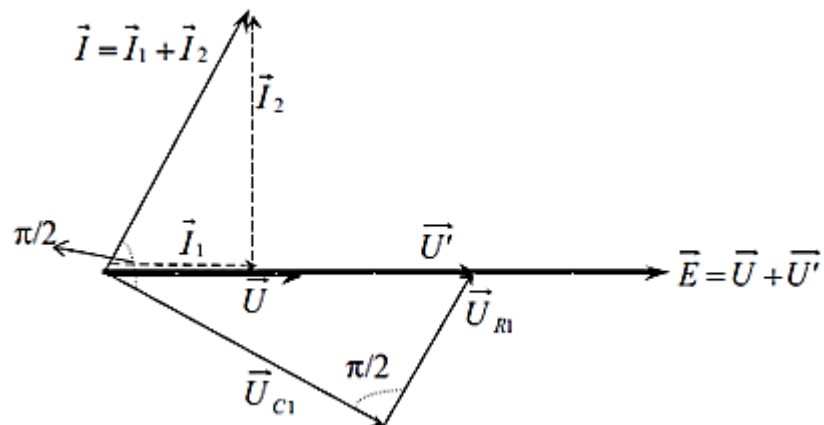


Diagramme de Fresnel des courants et des tensions.

Exercice 5 : Charge monophasée

$$1. I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{230}{20} = 11.5 A$$

$$2. I_1 = \frac{V}{\sqrt{R_2^2 + (L\omega)^2}} = 19.5 A$$

3. Impossible ici d'ajouter les valeurs efficaces calculées. Il est nécessaire de calculer l'impédance équivalente :

$$R_1 // (R_2 + jL\omega) = \frac{200 + j.125.6}{30 + j.6.28}$$

On en déduit : $I = \frac{V}{|R_1 // (R_2 + jL\omega)|} = 29.85 A$

$$4. P = R_1 I_1^2 + R_2 I_1^2 = 6.44 kW$$

$$5. \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = 0.93$$

Exercice 6 :

1. Les impédances complexes des deux branches s'écrivent : $\underline{Z}_1 = 4 + \frac{1}{j.0.02} = 4 - j.50$

Et $\underline{Z}_2 = 10 + j.40$. l'impédance complexe équivalente à tout le circuit est :

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 107.9 + j.52.8$$

Il suffit d'écrire : $V = Z_{eq} I = |\underline{Z}_{eq}| I = 300V$

$$2. I_1 = \frac{V}{Z_1} = 6 A$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = 7.3 A$$

$$3. P = 4 \cdot I_1^2 + 10 \cdot I_2^2 = 677 W$$

$$4. Q = -50 \cdot I_1^2 + 40 \cdot I_2^2 = 331.6 VAR$$

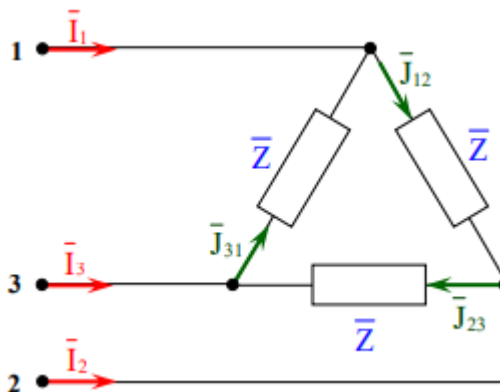
Chapitre 3

Exercice 1 :

	Coulage Etoile	Coulage Triangle
Tension aux bornes d'un dipôle	230 V	400 V
Courant par phase	23 A	40 A
Courant en ligne	23 A	69.28 A
P1 (pour un dipôle)	5290 W	16000W
P	15870 W	38400W
Q	9560 VAR	2880 VAR
S	15940 VA	47990 VA

Exercice 2 :

1. Calcule du courant dans chaque récepteur et le courant dans un fil de ligne (couplage en représentation triangle)



On a 5.7 KW par récepteur, le système est équilibré et coupler en triangle, soit :

$$P_{\Delta} = 3 \times P_{d'unrecepteur} = 3 \times 5.7 \times 10^3 = 17100 = 17.1 \text{ KW}$$

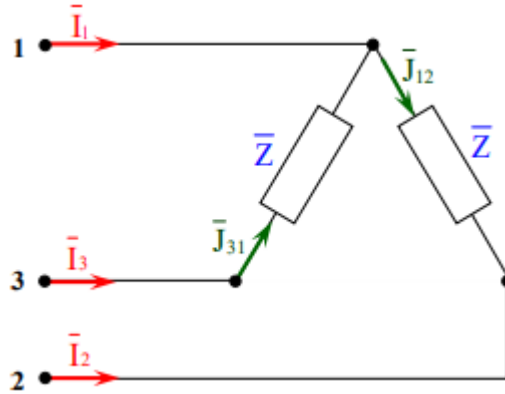
La puissance active on triphasé pour n'importe quel montage est donnée par :

$$P = \sqrt{3} U I \cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{\sqrt{3} U I \cos\varphi} = \frac{17.1 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 1} = 26 \text{ A}$$

La relation ente le courant de ligne et le courant de phase pour un montage triangle est donnée par :

$$I = \sqrt{3} J \Rightarrow J = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{26}{\sqrt{3}} = 15 \text{ A}$$

2. . Le récepteur monté entre les phases 2 et 3 est coupé. Le système triphasé devient déséquilibré.



On applique tout d'abord sur le schéma de la première question, les lois des nœuds (il y en a trois), ils nous permettent d'obtenir les relations entre les courants en ligne et en phase. Pour le montage triangle on note I le courant de ligne et J le courant de phase d'où :

$$\underline{I}_1 = \underline{J}_{32} - \underline{J}_{31}, \underline{I}_2 = \underline{J}_{23} - \underline{J}_{32}, \underline{I}_3 = \underline{J}_{31} - \underline{J}_{23}$$

Le système triphasé est équilibré $\Rightarrow I_1 = I_2 = I_3$ et $J_{12} = J_{23} = J_{31}$, comme il s'agit des mêmes impédances, on a : $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$ et $\underline{J}_{12} + \underline{J}_{23} + \underline{J}_{31} = 0$

Pour le montage ci-dessus le courant I_1 est inchangé $\Rightarrow I_1 = 26 A$, par contre pour les autres courant on a :

$$I_2 = J_{12} = 15A \Rightarrow I_3 = J_{31} = 15A, \text{ car } J_{23} = 0A$$

3. Les trois récepteurs sont maintenant en étoile. Pour calculer la puissance active totale on doit déterminer le nouveau courant de ligne

$$\text{Couplage étoile : } I = \frac{V}{Z}$$

$$\text{En triangle on : } Z = \frac{U}{J} = \frac{380}{15} = 25.33 \Omega, \text{ d'où } I = \frac{220}{25.33} = 8.68A$$

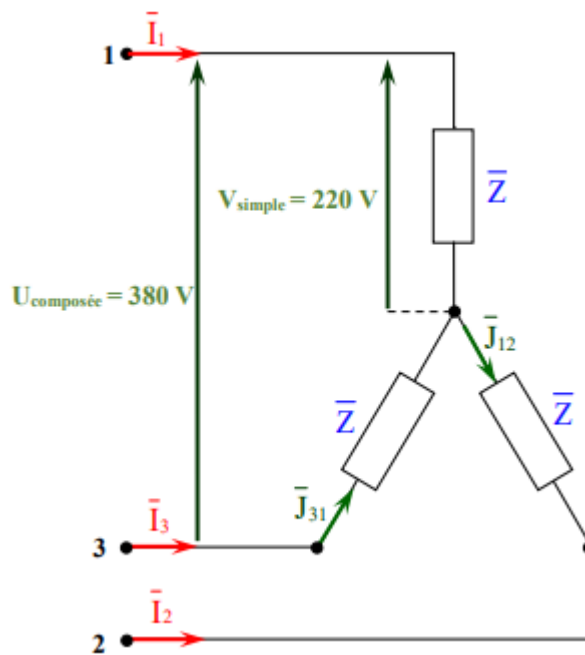
$$\text{Et } P_{\Delta} = \sqrt{3} U I \cos\varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 8.68 \times 1 = 5706 W$$

Si on fait le rapport entre la puissance active total pour le montage triangle et le montage en étoile :

$$\frac{P_{\Delta}}{P_y} = \frac{17100}{5706.23} = 2.996 \approx 3$$

On remarque que les puissances en triangle sont 3 fois plus élevées qu'en étoile.

$$\text{D'où } P_{\Delta} = 3P_y$$



Exercice 3 :

Pour les deux couplage Etoile et triangle, on a : $P = \sqrt{3} U I \cos\varphi = 20.10^3 W$

$$S = \sqrt{3} U I \sin\varphi = 30.10^3 VA$$

Courant de ligne : $I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = 34.65 A$

Facteur de puissance : $P = S. \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 0.66.$

Couplage Etoile :

1. Tension de phase= tension simple $V = \frac{U}{\sqrt{3}} = 288.6 \sqrt{3}$
2. Courant de phase = courant de ligne $I = 34.65 A$
3. L'impédance de phase correspondante : $Z_Y = \frac{V}{I} = 8.3 \Omega$
et $\bar{Z}_Y = Z_Y e^{j\varphi} = Z_Y(\cos\varphi + j \sin\varphi) = 5.55 + j.6.21 \Omega$

Couplage Triangle

1. Tension de phase= tension simple $U = 500 V$
2. Courant de phase = courant de ligne $J = \frac{I}{\sqrt{3}} = 20 A$
3. L'impédance de phase correspondante : $Z_\Delta = \frac{U}{J} = 25 \Omega$
et $\bar{Z}_\Delta = Z_\Delta e^{j\varphi} = Z_Y(\cos\varphi + j \sin\varphi) = 16.6 + j 18.62 \Omega$

On constate que $\bar{Z}_\Delta = 3 \bar{Z}_Y$

L'impédance équivalente en triangle est 3 fois plus grande qu'en étoile.

Exercice 4 :

a) intensité des courants

$$I_{ph1} = P_{ph1} / (U_{ph1} \cdot \cos \phi_1) = 100 / (230.1) = 435 \text{ mA}$$

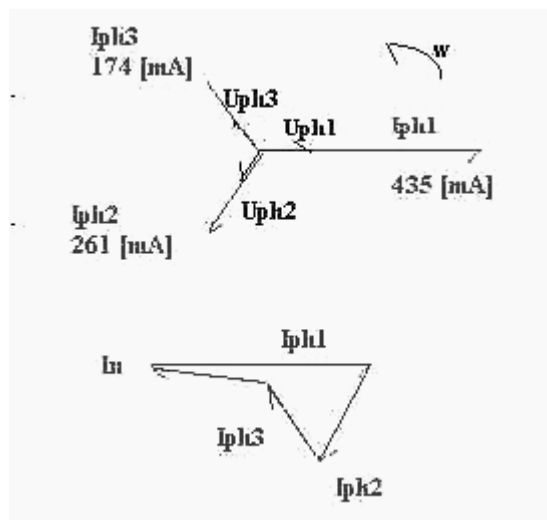
$$I_{ph2} = P_{ph2} / (U_{ph2} \cdot \cos \phi_2) = 60 / (230.1) = 261 \text{ mA}$$

$$I_{ph3} = P_{ph3} / (U_{ph3} \cdot \cos \phi_3) = 40 / (230.1) = 174 \text{ mA}$$

b) $I_N = 0,23 \text{ A}$

c) puissance active totale

$$P = P_{ph1} + P_{ph2} + P_{ph3} = 100 + 60 + 40 = 200 \text{ W}$$



Exercice 5 :

Formule générales triphasées

a. $U_{ph} = \frac{U}{\sqrt{3}} = 230 \text{ V}$

b. Et c.

$$I = I_{ph} = \frac{P}{U \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi} = 4.76 \text{ A}$$

d $\sin \varphi = \sin(\arccos(0.85)) = 0.526$

$$Q = U.I.\sqrt{3}.\sin\varphi = 1730 \text{ VAR} \text{ soit } 1.73 \text{ KVAR inductif}$$

Exercice 6 :

Aux bornes U1-U2 est raccordée une résistance de 23Ω , entre V₁ et V₂ un condensateur de $138,4 \mu\text{F}$ et entre W₁ et W₂ une inductance de $73,21 \text{ mH}$. Ce récepteur est couplé en étoile sur le réseau.

Calculez

- a) le courant dans chaque impédance du récepteur
- b) le courant dans le neutre

Impédance entre L₁ et neutre

$$Z_1 = R_1 = 23 \Omega$$

Impédance entre L₂ et le neutre

$$Z_2 = X_{C2} = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{138.4 \cdot 10^{-6} \cdot 314.2} = 23 \Omega$$

Impédance entre L₃ et le neutre

$$Z_3 = X_{L3} = L\omega = 314,2 \cdot 0,07321 = 23 \Omega$$

Courant de phase 1

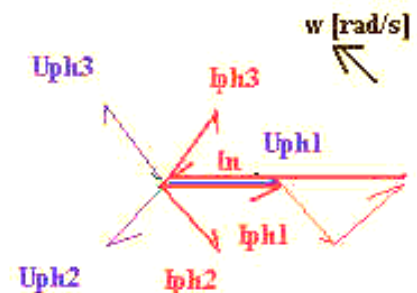
$$I_{ph1} = U_{ph1} / Z_1 = 230 / 23 = 10 \text{ A}$$

Courant de phase 2

$$I_{ph2} = U_{ph2} / Z_2 = 230 / 23 = 10 \text{ A}$$

Courant de phase 3

$$I_{ph3} = U_{ph3} / Z_3 = 230 / 23 = 10 \text{ A}$$



Réponses Vrai / Faux

A.

1. Faux. Un dipôle est linéaire si son équation de fonctionnement est une équation différentielle linéaire. Seule la résistance présente une proportionnalité entre courant et tension.
2. Vrai. Il s'agit là de la convention unanimement adoptée concernant le sens du courant.
3. Faux. C'est le contraire : tension et courant sont orientés en sens inverses.
4. Faux. En considérant qu'une bobine est équivalente à un court-circuit, autrement dit, un simple fil, elle peut néanmoins causer les dommages afférents généralement aux courts-circuits selon l'endroit où elle est placée. On ne peut donc pas dire qu'elle soit sans effet.
5. Faux. Un condensateur présente à ses bornes la tension que lui impose le reste du circuit.
6. Faux. C'est le contraire, plus la résistance interne est faible, meilleur est le générateur et il est considéré comme parfait si sa résistance interne est nulle.
7. Vrai. Ne pas oublier que l'imperfection d'un générateur de courant est modélisée par une résistance en parallèle qui doit être en théorie infinie pour ne pas perturber le courant issu du générateur.
8. Vrai. Charge du condensateur et tension à ses bornes sont proportionnelles. Pour avoir une tension nulle à ses bornes, le condensateur doit être déchargé.
9. Vrai. Même s'il existe des exemples de circuits qui transforment des signaux sinusoïdaux en signaux continus.
10. Faux. En fait, c'est quand même vrai si l'on a affaire à un circuit fonctionnant réellement en régime continu. Mais il y a des exceptions, en particulier les montages oscillateurs qui, à partir de signaux continus, peuvent générer des signaux sinusoïdaux mais dans ce cas, on ne peut plus vraiment parler de régime continu.
11. Vrai. De toute évidence, c'est la définition du montage en série.
12. Faux. La loi des nœuds s'applique à tous les types de dipôles.

13. Vrai. Il s'agit de la résistance des fils qui constituent la bobine. On représente alors une bobine réelle comme un dipôle constitué de l'association en série de son auto-inductance et de sa résistance interne.

14. Faux. Un condensateur, même isolé, finit par perdre sa charge à cause des courants de fuite dont il est le siège. Mais cela peut prendre beaucoup de temps.

15. Vrai. Tous les électrons qui arrivent vers un nœud en repartent systématiquement et instantanément.

16. Faux. S'il existe uniquement deux nœuds, l'application de la loi des nœuds sur chacun d'entre eux donnera la même équation. De même, si un circuit possède trois mailles, une de ces mailles sera en fait une combinaison des deux autres et une des trois équations sera obligatoirement une combinaison des deux autres. En l'occurrence, l'application des lois de Kirchhoff fournit trois équations indépendantes.

B.

1. Vrai. L'avantage du théorème de Millman réside dans le fait qu'il ne génère que des équations aux tensions, sans faire intervenir les courants. Cela provient du fait qu'il contient déjà, en quelque sorte, les résultats qu'aurait pu fournir la loi des nœuds.

2. Faux. Il est facile de constater que le théorème de Millman nécessite, pour être appliqué, que toutes les branches considérées soient purement résistives. Dans le cas où l'une des branches contient une source de courant, il faut utiliser d'abord le principe de superposition pour appliquer le théorème de Millman lorsque la source est éteinte puis traiter à part la présence de cette source.

3. Vrai. Cela n'a que peu d'intérêt en régime continu mais les bobines et les condensateurs sont des composants linéaires donc ne posent aucun problème.

4. Vrai. Et par conséquent si un circuit comporte des composants non linéaires, il n'est pas possible d'utiliser le principe de superposition.

5. Faux. Une source de courant éteinte est à remplacer par un circuit ouvert. Ce sont les générateurs de tension que l'on remplace par des courts-circuits lorsque l'on veut les éteindre.

6. Vrai. Mais il convient de faire attention. On peut rencontrer des sources dépendantes ou liées lorsque l'on modélise des circuits complexes. Cela signifie qu'en agissant une des sources, on modifie le comportement de l'autre. On ne peut donc pas éteindre une des

sources en gardant allumée la deuxième. Il faut toujours considérer que ces deux sources doivent être allumées simultanément.

7. Vrai. La tension à vide est la tension présente aux bornes du dipôle lorsque celui-ci n'est pas relié à un autre circuit ou générateur, autrement dit lorsqu'aucun courant ne le traverse.

8. Faux. Le courant de Thévenin est le courant de court-circuit. On relie les deux bornes du dipôle par un court-circuit et on évalue le courant circulant dans ce court-circuit. La notion de courant à vide ne correspond à rien puisque, à vide, aucun courant ne peut circuler dans le dipôle.

9. Vrai. Voir la fiche correspondante.

10. Faux. Le théorème de Thévenin s'applique aussi en régime sinusoïdal.

11. Vrai. Dès lors qu'un circuit dipolaire est réduit à son générateur de Thévenin équivalent et qu'on le connecte à un générateur, on a affaire à un circuit extrêmement simple composé de deux générateurs et d'une résistance. La deuxième loi de Kirchhoff appliquée à cette unique maille nous donne immédiatement le courant circulant dans la maille.

12. Faux. Il faut bien comprendre que lorsque l'on réduit un circuit dipolaire complexe à son générateur de Thévenin ou de Norton, toutes les informations internes au circuit sont perdues et que seules les informations externes sont accessibles (courant circulant globalement dans le dipôle et tension à ses bornes).

C.

1. Vrai. Soit $e(t) = E_0 \cos \omega t$ la tension aux bornes de la résistance. La loi d'Ohm nous permet d'écrire $i(t) = e(t)/R = E_0/R \cos \omega t$. Il n'y a pas de déphase entre le courant et la tension.

2. Vrai. Quel que soit le dipôle, son impédance réelle est homogène à une résistance.

3. Faux. L'impédance complexe n'a pas de signification physique. C'est une représentation théorique et par conséquent, elle n'a pas d'unité.

4. Faux. L'avance algébrique de phase est égale à l'opposé de l'argument de l'impédance complexe.

5. Vrai. C'est la définition de la réactance.

6. Faux. La résistance d'un dipôle correspond à la partie réelle de son impédance complexe.

7. Vrai. C'est la définition de la représentation complexe.

8. Vrai. Toujours par définition. Les nombres réels positifs sont des nombres complexes à arguments nuls.
9. Faux. En considérant l'expression de l'impédance réelle d'un condensateur, soit $Z = 1/C\omega$, on constate que lorsque $\omega \rightarrow \infty$, $Z \rightarrow 0$. L'impédance du condensateur devient donc au contraire très faible et le condensateur peut parfois être assimilé à un court-circuit.
10. Faux. L'impédance d'une bobine dépend certes de son auto-inductance L qui est bien sûr constante mais aussi de la pulsation à laquelle est soumis le circuit : $Z = L\omega$.
11. Faux. Il faut calculer le module de la forme complexe.
12. Vrai. C'est bien là la définition du modèle complexe.
13. Faux. Toutes les lois de l'électricité étudiées dans les chapitres 1 et 2 s'appliquent à la représentation complexe d'un circuit qui reste un modèle linéaire, y compris le principe de superposition.
14. Vrai. Le meilleur conseil que l'on puisse donner au lecteur est de maîtriser parfaitement les règles de calculs des nombres complexes.
15. Vrai. Les résistances restent des résistances.
16. Vrai. Toutes les lois de l'électricité étudiées dans les chapitres 1 et 2 s'appliquent à la représentation complexe d'un circuit qui reste un modèle linéaire, y compris le théorème de Millman.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] Y. Granjon, Électricité exercices et méthodes, Dunod, 2017.
- [2] T. Neffati, Electricité générale - 2e éd, Dunod, 2019.
- [3] T. Neffati, Electricité générale : Analyse et synthèse des circuits, cours et exercices corrigés, Dunod, 2008.
- [4] F. Milsant , Électricité générale, électronique de base : cours et exercices, Ellipses Marketing, 1995.
- [5] L. Lasne, Exercices et problèmes d'électrotechnique notions de base et machines électriques, Dunod, Paris, 2005.
- [6] <http://www.installations-electriques.net/Electr/triphase.htm>
- [7] Systèmes Triphasés, Fabrice Sincère, Version 3.0.2,
<http://pagespersoorange.fr/fabrice.sincere/>.
- [8] C. Palermo, Précis d'Electrotechnique, cours avec exercices corrigés, 2^e édition, Dunod 2008.
- [9] Y. Granjon, ÉLECTRICITÉ ; exercices et méthodes, Dunod, 2017.

Annexes

Annexe A

Liste d'abréviations usuelles en électricité (TP)

Ω : Ohm

A : Ampère

GBF : générateur basse fréquence

H : Henri

I/O : input/output

J : Joule

LCD : liquid-crystal display

LED : light-emitting diode

OCT: osceillateur contrôlé en tension

S : Siemens

SNR : signal to noise ratio

TEC : transistor à effet de champ

TF : transformée de Fourier

UHF : ultra high frequency

V : Volt

VAR : Volt Ampère réactif

VCO : voltage controled oscillator

VHF : very high frequency

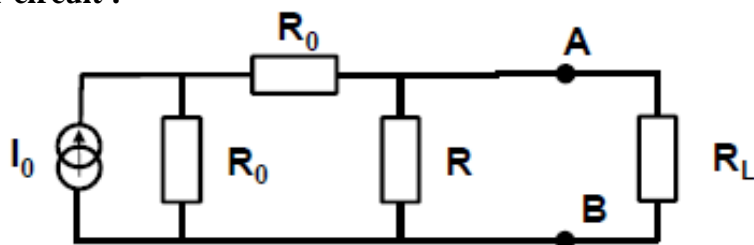
W: Watt

Annexe B

Correction d'exercice d'application

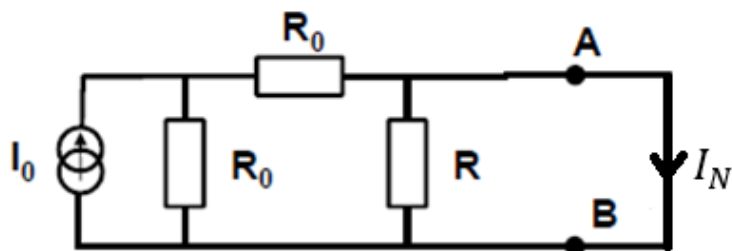
Déterminer les modèles équivalents de Norton des circuits placés à gauche de AB.

A. Le premier circuit :

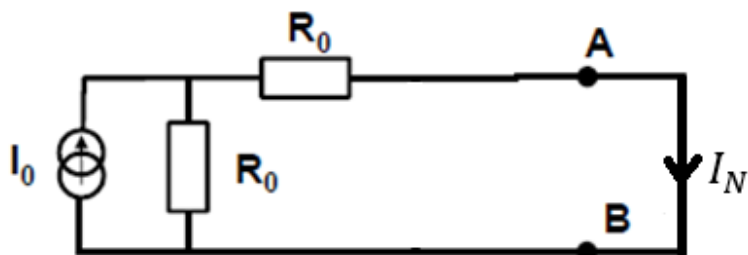


1- calcul de I_N

On débranche la résistance R_L et on court-circuite les bornes A et B, la configuration sera donc :



La résistance R soit ignorée car le courant ne le traverse pas :



On applique la formule de diviseur de courant vues précédemment (page 12)

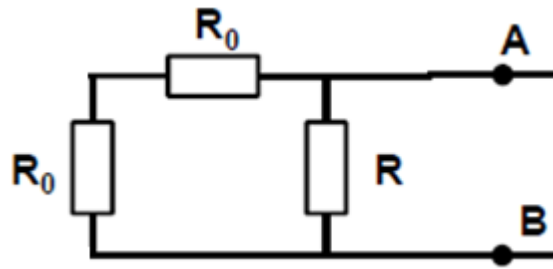
$$I_N = I_0 \cdot \frac{G_0}{\sum_{n=1}^2 G_0}$$

$$I_N = I_0 \cdot \frac{G_0}{G_0 + G_0} = I_0 \cdot \frac{\frac{1}{R_0}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_0}} = I_0 \cdot \frac{\frac{1}{R_0}}{\frac{2}{R_0}} = I_0 \cdot \frac{1}{2}$$

$$I_N = \frac{I_0}{2}$$

2- calcul de R_N

R_L étant toujours débranchée, on déconnecte le générateur du courant I_0 , la configuration sera donc :

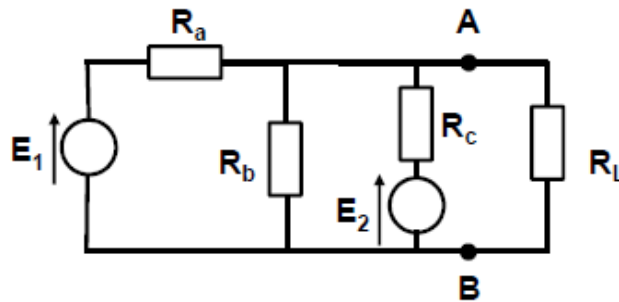


La résistance R est en parallèle avec les deux résistance R_0 :

$$R_N = R // 2R_0$$

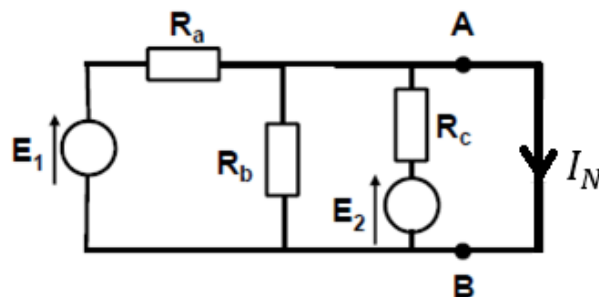
$$R_N = \frac{R \times 2R_0}{R + 2R_0}$$

Le deuxième circuit :

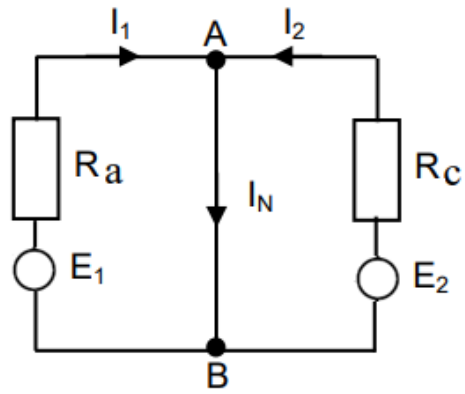


1- calcul de I_N

On débranche la résistance R_L et on court-circuite les bornes A et B, la configuration sera donc :



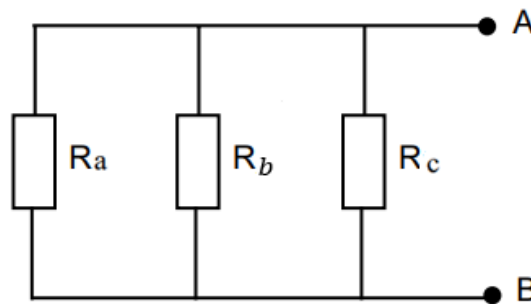
La résistance R_b soit ignorée car le courant ne le traverse pas :



$$\begin{cases} I_1 = \frac{E_1}{R_a} \\ I_2 = \frac{E_2}{R_c} \end{cases} \Rightarrow I_N = I_1 + I_2$$

2- calcul de R_N

R_L étant toujours débranchée, on court-circuite les générateurs de tension E_1 et E_2 , la configuration sera donc :



$$R_N = R_a // R_b // R_c$$

$$R_N = \frac{1}{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c}}$$

Annexe C

Rappels sur les nombres complexes

1. Quelques nombres complexes remarquables

Nombre	Représentation algébrique	Représentation polaire	Remarques
0	$0 + j0$	Module=0, argument indéterminé	L'argument de 0 ne peut être déterminé car la notion d'argument n'a alors pas de sens.
K	$\frac{1}{2}(1 + j\sqrt{3})$	$1 \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}$	Racine « cubique » de l'unité, car $k^3 = 1$
1	$1 + j0$	$1 \cdot e^{j0}$	
-1	$-1 + j0$	$1 \cdot e^{j\pi}$	
j	$0 + j1$	$1 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$	$j^2 = -1$
-j	$0 - j1$	$1 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$	

Remarque : Afin de ne pas confondre le nombre i avec ce qui pourrait être une intensité, en électricité ce nombre est souvent noté j. En contrepartie, quand on a besoin d'écrire la racine cubique de l'unité, on la note souvent simplement a. On écrira par exemple en électricité

$$\frac{1}{2}(\sqrt{2} + j\sqrt{2}) = e^{j\frac{\pi}{4}}.$$

2. Règles de calcul et propriétés

Dans tout le tableau suivant, on considère deux nombres complexes non nuls

$$Z = x + jy = re^{j\theta} \quad \text{et} \quad Z' = x' + jy' = r'e^{j\theta'}$$

Expression	Représentation algébrique	Représentation polaire	Autre expression
\bar{Z}	$x - jy$	$r e^{j\theta}$	
$Z + \bar{Z}$	$2x$	$2r \cos\theta$	$2\Re(z)$
$Z - \bar{Z}$	$2jy$	$2r \sin\theta$	$2j\Im(z)$
$ Z $	$\sqrt{x^2 + y^2}$	r	$\sqrt{Z\bar{Z}}$
$Arg(Z)$	$\arctan \frac{x}{y} \quad \text{si } x > 0$ $\pi + \arctan \frac{x}{y} \quad \text{si } x < 0$ $+\frac{\pi}{2} \quad \text{si } x = 0 \text{ et } y > 0$ $-\frac{\pi}{2} \quad \text{si } x = 0 \text{ et } y < 0$	θ	
$\frac{1}{Z}$		$e^{j\theta}/r$	$\frac{\bar{Z}}{ Z ^2}$
ZZ'	$(xx' - yy') + j(xy' + x'y)$	$rr' e^{j(\theta+\theta')}$	
Z/Z'		$\frac{r}{r'} e^{j(\theta-\theta')}$	
$Z + Z'$	$(x + x') + j(y + 'y)$		
$\overline{Z + Z'}$			$\bar{Z} + \bar{Z}'$
$\overline{Z Z'}$			$\bar{Z} \bar{Z}'$
$ ZZ' $		$ rr' $	$ Z Z' $
$\left \frac{Z}{Z'} \right $		$\left \frac{r}{r'} \right $	$\frac{ Z }{ Z' }$
$Arg(ZZ')$		$\theta + \theta'$	$Arg(Z) + Arg(Z')$
$Arg(Z/Z')$		$\theta - \theta'$	$Arg(Z) - Arg(Z')$