MODULE: PHYSIQUE 04
ONDES

Présenté par

Pr Fouad BOUKLI HACENE

Professeur

Email: bhfouad@yahoo.fr

SYLLABUS

Unité d'Enseignement	Intitulé de la Matière	Code	Semestre
UEF222	Physique 4	PHY4	4

	Cours	TD	TP	Total	Crédits	Coeff
V H S	28h30	22h30	09h00	60h00	4	4

Pré-requis :

- Eléments de calcul différentiel et intégral.
- Lois de l'électromagnétisme.

Objectifs:

- Dériver l'équation de propagation d'une onde.
- Différencier les ondes transversales des ondes longitudinales.
- Connaitre les lois de transmission et de réflexion des ondes.

Travaux Pratiques :

- Vibrations de cordes.
- Propagation d'une onde transversale excitée de façon continue.
- Vitesse de phase et de groupe des ultrasons dans les liquides.
- Dépendance de la vitesse du son dans les liquides de la température.
- Ondes stationnaires ultrasoniques.

Références bibliographiques :

- Physique des ondes, C. Frère, éditions Ellipses
- Ondes, Jean-Claude Hulot, éditions Nathan.
- Cours de physique : Electromagnétisme, D. Cordier, éditions DUNOD.

Modalités d'évaluation :

Interrogation, Devoir surveillé, Travaux pratiques, Examen final

CONTENU DE L'ENSEIGNEMENT

Contenu de l'enseignement :

Chapitre 1 : Rappels mathématiques (Cours : 01h30, TD : 01h30)

E.D.P -Méthodes de résolutions

- Séparation des variables
- Changement de variables
- Opérateurs vectoriels

Chapitre 2 : Généralités sur les ondes (Cours : 06h00, TD : 04h30)

- Définitions générales :
  Ondes, période temporelle- période spatiale ; vecteur d'onde, vitesse de phase
  Formes de propagations…..
- Equation aux dérivées partielles de l'onde à 1D- Vitesse de propagation.
- Types d'ondes :
  Onde progressive plane dans le régime sinusoidal
  Onde réfléchie plane dans le régime sinusoidal
  Ondes stationnaires
- Milieux de propagations
  Milieux non dispersifs
  Milieux dispersifs
- Généralisation des équations de propagation à 2D et 3D-Formulation d'Alembert - Ondes planes à 2D et 3D
- Ondes sphériques
- Effet Doppler classique

Chapitre 3 : La corde vibrante (Cours : 04h30, TD : 03h00)

- Equation de propagation pour une corde libre- Célérité de l'onde
- Onde plane progressive sinusoidale
- Application d'une onde stationnaire-Corde tendue
- Notion de l'impédance mécanique
- Notion de réflexion et de transmission entre deux milieux différents-Condition de continuité

SUITE

- Onde dans une membrane réctangulaire et circulaire
- Analogie avec la ligne de transmission électrique

Chapitre 4 : Onde élastique dans les fluides (Cours : 04h30, TD : 03h00)

- Définitions et Propriétés
- Equation de l'onde
- Résolutions mathématiques
- Notion d'impédance acoustique
- Energie transportée dans les fluides
- Coefficients de reflexion et de transmission
- Ondes stationnaires-Notion de résonance
- Intensité sonore- Niveau de décibels

Chapitre 5 : Ondes dans les solides (Cours : 04h30, TD : 03h00)

- Définitions et propriétés : loi de Hooke
- Equation de propagation de l'onde élastique-Célerité de l'onde
- Onde plane longitudinale progressive sinusoidale
- Densité d'énergie totale

Chapitre 6 : Ondes électromagnétiques (Cours : 07h30, TD : 07h30)

- Définitions
- Rappels des équations de Maxwell
- Ondes électromagnétiques dans le vide-Propriétés
- Polarisation
- Densité d'énergie-Vecteur de Poynting
- Propagation dans les conducteurs
- Propagation dans les dielectriques parfaits
- Propagation dans le plasma
- Les guides d'ondes

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE MAURICE AUDIN D'ORAN

Département: Formation préparatoire
Module: Ondes
Niveau : Deuxième année

CHAPITRE 01
GÉNÉRALITÉS SUR LES ONDES

Présenté par
Pr. Fouad BOUKLI HACENE
bhfouad@yahoo.fr

1. Introduction

2. Notions fondamentales

3. Modélisation

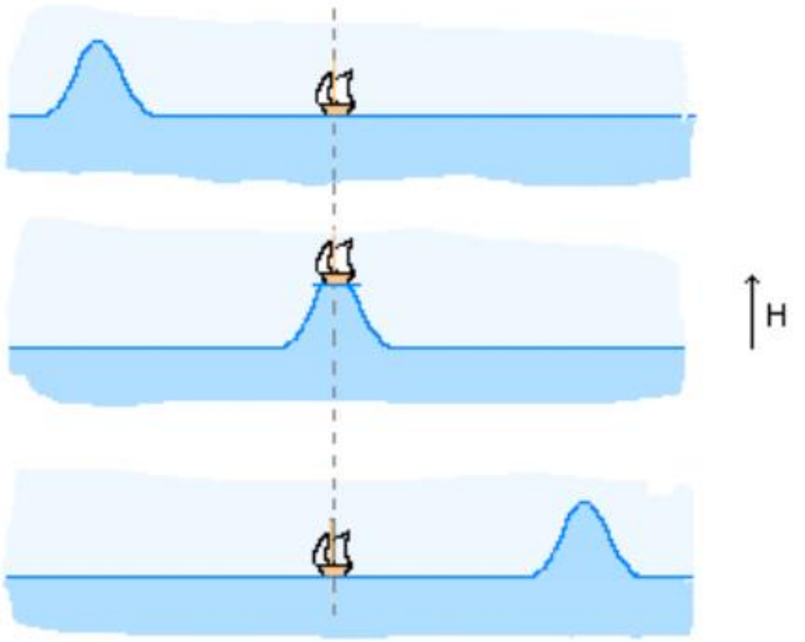
4. Applications

OBJECTIFS

- 1. L'équation aux dérivées partielles à une dimension.
- 2. Les différentes solutions du problème.
- 3. La notion des ondes incidentes et réfléchies.
- 4. L'équation à trois dimensions.
- 5. La notion de l'onde plane.
- 6. L'onde sphérique.
- 7. Quelques applications.

DÉFINITIONS

- **L'onde mécanique est une perturbation locale temporaire qui se déplace dans un milieu matériel élastique, homogène et isotrope sans transport de matière, voir la figure 1**
- L'onde mécanique se propage **avec transport d'énergie et sans transport de masse.**



- Ces phénomènes sont régis par **une équation aux dérivées partielles**, appelée **équation d'Alembert où encore équation d'onde** décrite comme suit

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

Ou ψ est l'onde qui se propage dans la direction ***ox*** avec une **vitesse constante *V***

Remarques:

- **La célérité de l'onde est constante dans un milieu linéaire, homogène, isotrope et non dispersif.**
- **Elle dépend de l'inertie, de la rigidité et de la température du milieu.**
- **Elle varie d'un milieu à un autre.**

SUITE

- On définit la direction de propagation d'une onde dans l'espace tridimensionnel par le vecteur d'onde → $\vec{k}(k_x, k_y, k_z)$

- On définit la relation de la dispersion de l'onde par le rapport → $k(\omega) = \frac{\omega}{V}$

Il existe deux types de milieux:

- **Milieu dispersif**

- La célérité de l'onde dépend des caractéristiques du milieu et de la longueur d'onde, telle que **la vitesse du groupe** est:

$$V_g = \frac{d\omega}{dk}$$

- Le signal de l'onde se compose d'un groupe d'ondes dont les fréquences se situent dans une bande très étroite.

- **Milieu non dispersif**

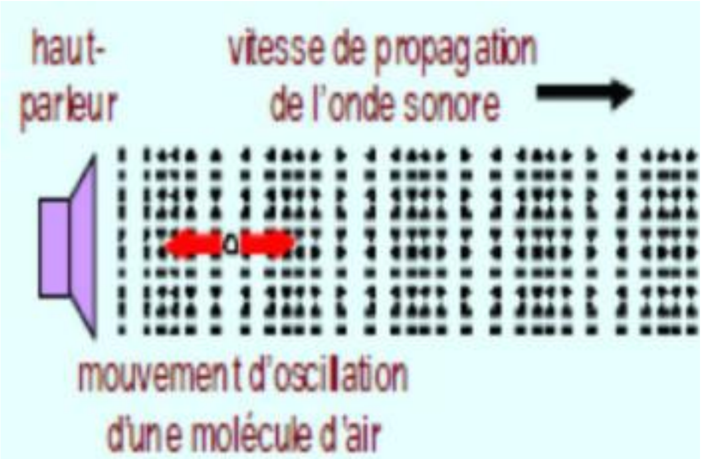
- La célérité de l'onde ne dépend pas de la fréquence; elle dépend uniquement **des propriétés du milieu de propagation**, telle que

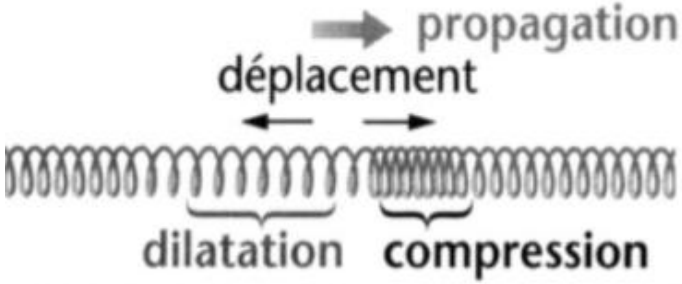
$$k(\omega) = \frac{\omega}{V}$$

Il existe deux types d’ondes

• Onde longitudinale

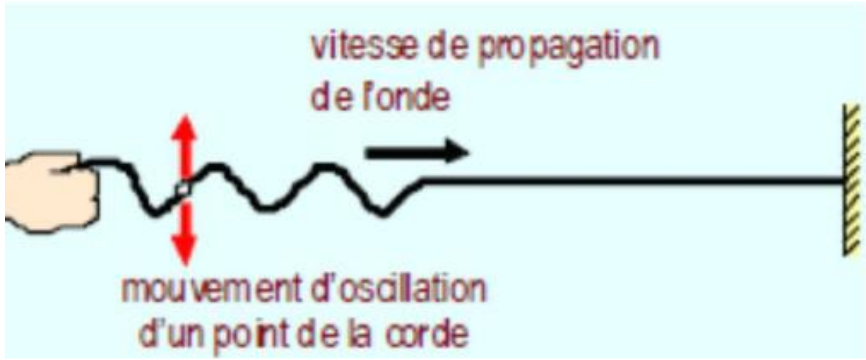
- L’ébranlement **est parallèle à la direction de propagation**

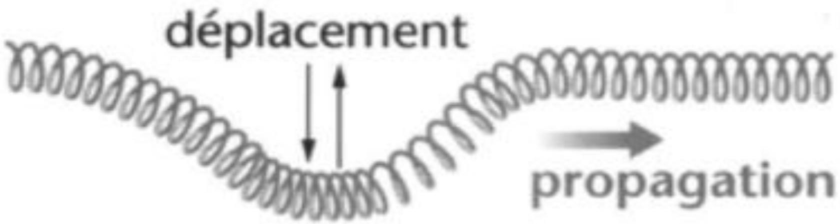




• Onde transversale

- **L’ébranlement** est **perpendiculaire à la direction de propagation**

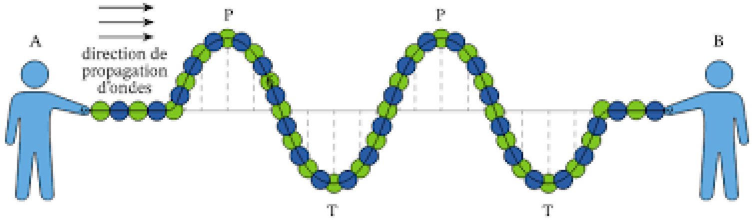




- Les ondes mécaniques présentent une double périodicité :
  - **La périodicité temporelle** : caractérisée par **la période** ***T(s).***
  - **La périodicité spatiale** : caractérisée par **la longueur d'onde** ***λ(m).***

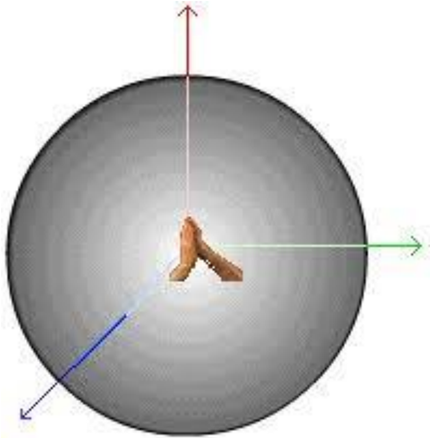
- L'onde mécanique se propage à partir d'une source **sous différentes formes:**

- **A une dimension** → **Mouvement le long d'une corde**



- **A deux dimensions** → **Mouvement circulaire à la surface d'eau**

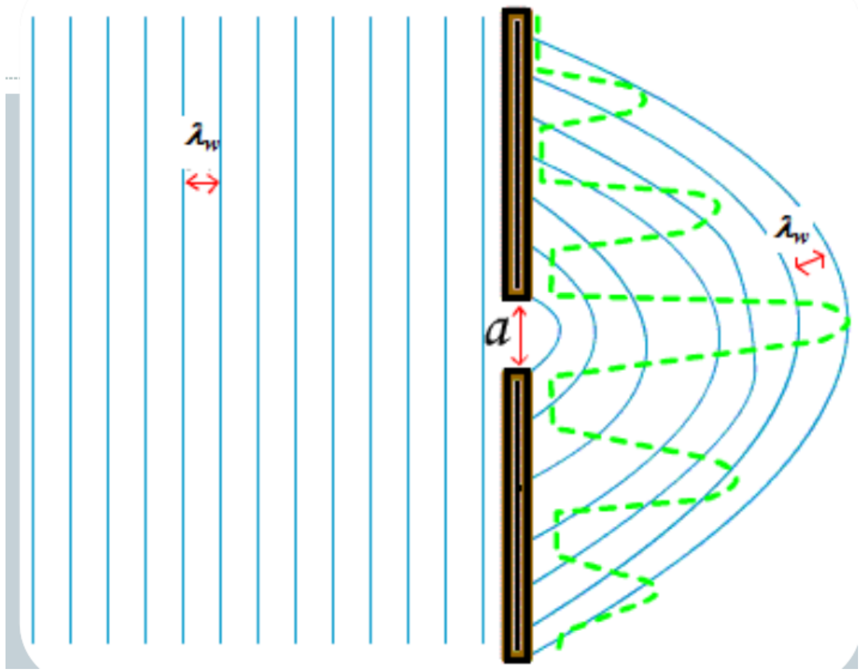
- **A trois dimensions** → **Mouvement d'une onde sphérique à trois dimensions**



AUTRES PHÉNOMÈNES

- **Diffraction**

Elle se manifeste lorsqu'une onde rencontre un obstacle ou une ouverture dont les dimensions sont du même ordre de grandeur que la longueur d'onde



- **Interférences:**

On parle d'interférences lorsque deux ondes de même type se rencontrent et interagissent l'une avec l'autre

MODÉLISATION MATHÉMATIQUES: ONDE PLANE

Soit l'équation de propagation définit comme suit :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

C'est une équation unidimensionnelle aux dérivées partielles.

En utilisant la méthode: **Changement de variables**

$$\left\langle \begin{array}{l} p = t + \dfrac{x}{V} \\ q = t - \dfrac{x}{V} \end{array} \right\rangle$$

$$avec \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 1 \quad \frac{\partial q}{\partial t} = 1$$

- **Pour le premier terme de l'équation**

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial p} + \frac{\partial \psi}{\partial q}$$

- **Pour le deuxième ordre, on aura**

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial \psi}{\partial t}\right] = \frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{\partial \psi}{\partial p} + \frac{\partial \psi}{\partial q}\right]\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial q}\left[\frac{\partial \psi}{\partial p} + \frac{\partial \psi}{\partial q}\right]\frac{\partial q}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial q \partial p} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial p^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial p \partial q}$$

De même pour le deuxième terme :

- Pour le premier ordre, on a: $\frac{\partial\psi}{\partial x}=\frac{\partial\psi}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial\psi}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial x}$ $\Rightarrow$ $\frac{\partial\psi}{\partial x}=\frac{1}{V}\left[\frac{\partial\psi}{\partial p}-\frac{\partial\psi}{\partial q}\right]$ avec $\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{1}{V}$, $\frac{\partial q}{\partial x}=-\frac{1}{V}$

- Pour le deuxième ordre: $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}[\frac{\partial\psi}{\partial x}]=\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial\psi}{\partial p}-\frac{\partial\psi}{\partial q}\right]$ $=\frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{\partial\psi}{\partial p}-\frac{\partial\psi}{\partial q}\right]\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial q}\left[\frac{\partial\psi}{\partial p}-\frac{\partial\psi}{\partial q}\right]\frac{\partial q}{\partial x}$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=-\frac{\partial^2\psi}{\partial q\partial p}+\frac{\partial^2\psi}{\partial q^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial p^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial p\partial q}$$

- On obtient finalement l'équation aux dérivées partielles : $\frac{\partial^2\psi}{\partial p\partial q}+\frac{\partial^2\psi}{\partial q\partial p}=0$

Elle admet comme solutions

$$\begin{cases}\frac{\partial^2\psi}{\partial p\partial q}=0\Rightarrow \frac{\partial(\frac{\partial\psi}{\partial q})}{\partial p}=0\\ \frac{\partial^2\psi}{\partial q\partial p}=0 \Rightarrow \frac{\partial(\frac{\partial\psi}{\partial p})}{\partial q}=0\end{cases}$$

$\Rightarrow$

$\frac{\partial\psi}{\partial q}=F'(q)$:Ne dépend pas de *p*

$\frac{\partial\psi}{\partial p}=F'(p)$:Ne dépend pas de *q*

$\Rightarrow$

$$\begin{cases}\psi=\psi_1(q)=F(q)+k1\\ \psi=\psi_2(p)=G(p)+k2\end{cases}$$

$$\psi_T=\psi_1(q)+\psi_2(p)$$

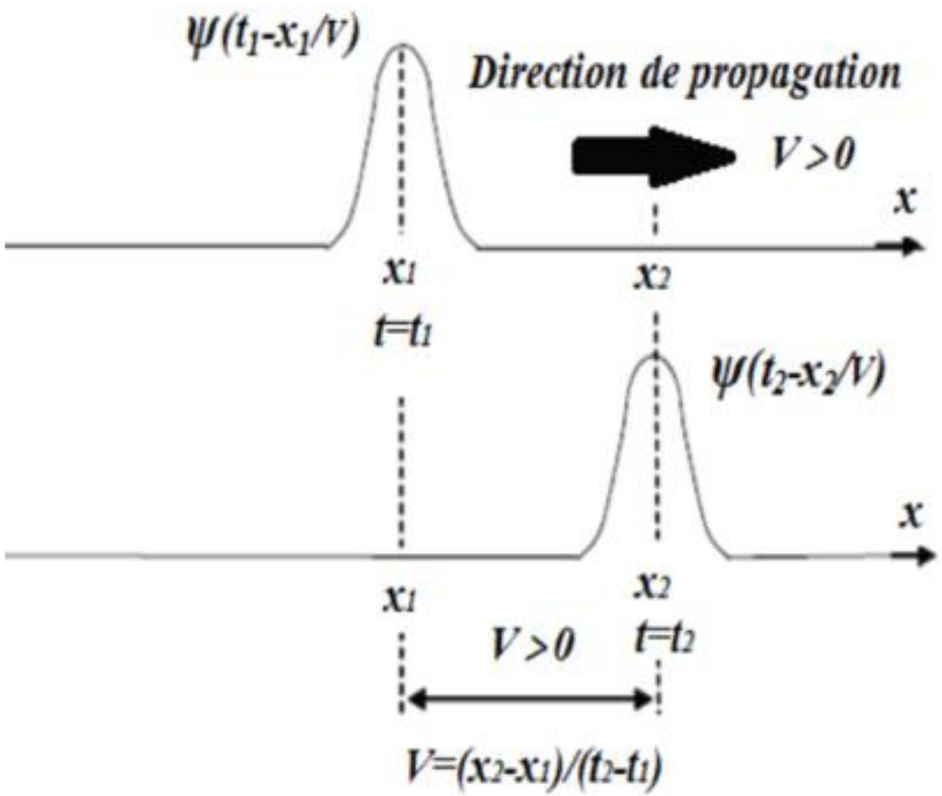
La solution totale s'écrit $\Rightarrow$

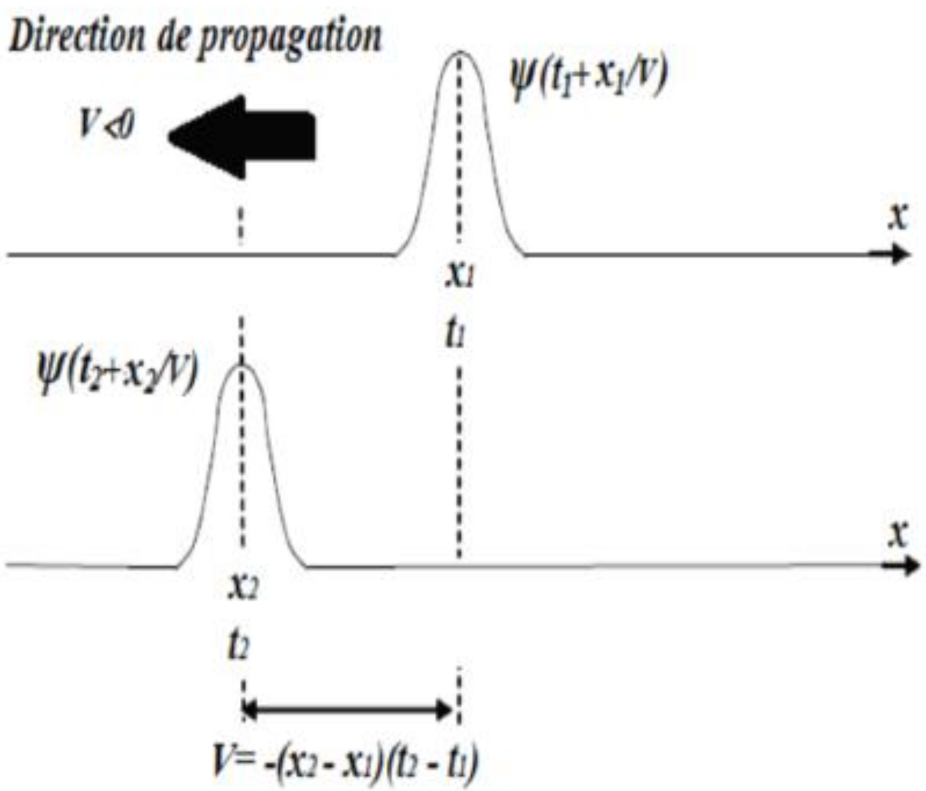
$$\psi_T=F(t-\frac{x}{V})+G(t+\frac{x}{V})$$

On obtient alors la **somme de deux types de signaux** qui s'écrit sous la forme:

$$\psi_1(t - \frac{x}{V}) \Rightarrow \quad Onde \quad Incidente$$

$$\psi_2(t + \frac{x}{V}) \Rightarrow \quad Onde \quad Réfléchie$$

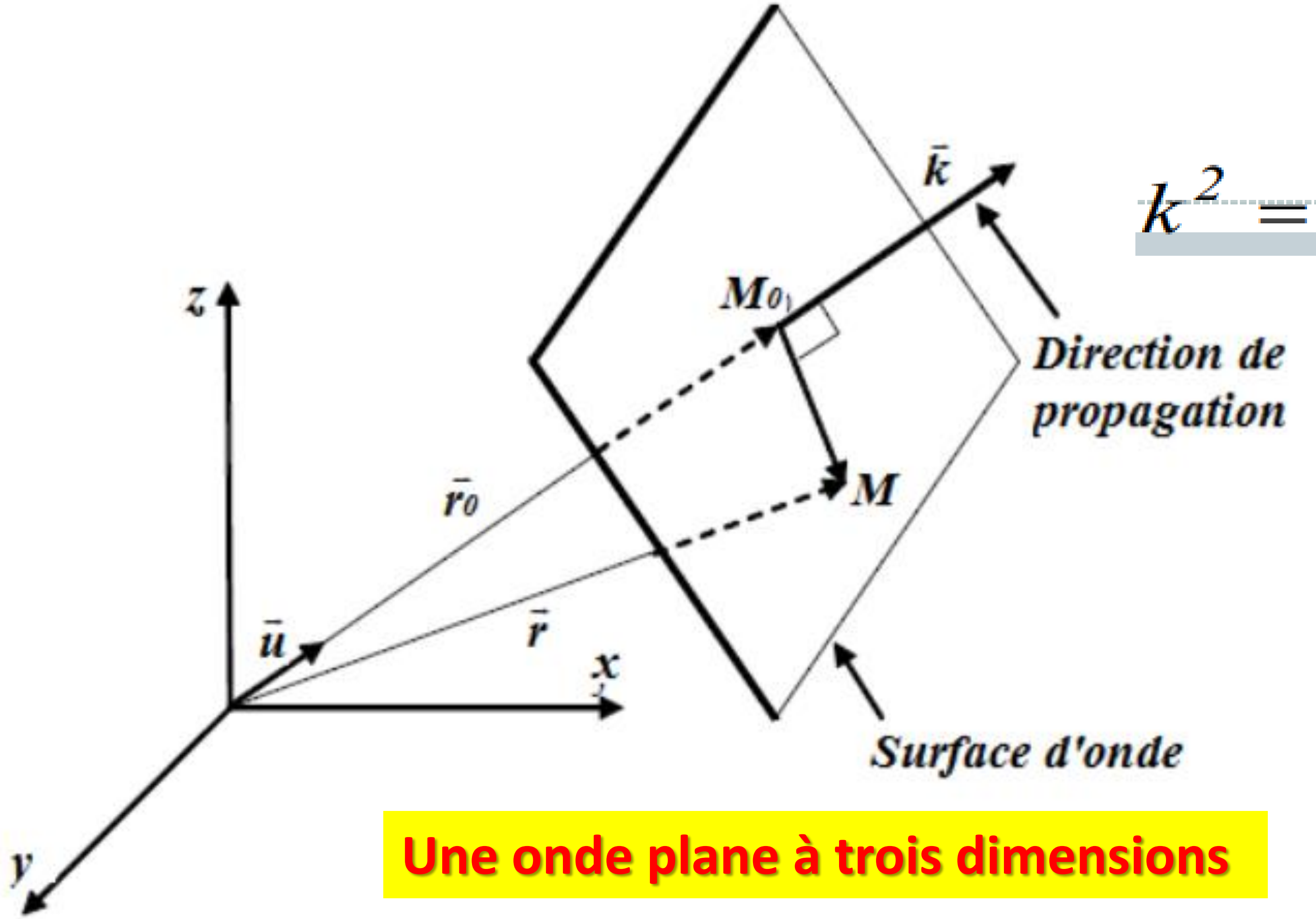




EQUATION DE PROPAGATION À TROIS DIMENSIONS:

On décompose le vecteur l'onde $\vec{k}$ en trois composantes: (k_x, k_y, k_z)

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$



Une onde plane à trois dimensions

- **On détermine les composantes suivant les 3 directions:**

$$k_x^2 = \frac{1}{\psi}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \qquad k_y^2 = \frac{1}{\psi}\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} \qquad k_z^2 = \frac{1}{\psi}\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

Avec $$\omega^2 = -\frac{1}{\psi}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

- **On somme terme à terme, on obtient:**

$$\frac{1}{\psi}\underbrace{\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right]}_{\Delta} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2$$

D'ou

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = V^2\Delta\psi$$

C'est une équation de propagation des ondes à 3 dimensions; appelée Equation d'Alembert.
V **est la célérité de l'onde**

SOLUTION DE L'EQUATION DE PROPAGATION À 3 DIMENSIONS:

- **Résolution de l'équation différentielle par la méthode de séparation des variables**

$$\psi(t,x,y,z) = A(x)B(y)C(z)T(t)$$

- **On remplace la solution dans l'équation aux dérivées partielles**

$$\frac{\partial^2\left(A(x)B(y)C(z)T(t)\right)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\left(A(x)B(y)C(z)T(t)\right)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\left(A(x)B(y)C(z)T(t)\right)}{\partial z^2} = \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2\left(A(x)B(y)C(z)T(t)\right)}{\partial t^2} = Cste$$

D'ou

$$B(y)C(z)T(t)\frac{\partial^2\left(A(x)\right)}{\partial x^2} + A(x)C(z)T(t)\frac{\partial^2\left(B(y)\right)}{\partial y^2} + A(x)B(y)T(t)\frac{\partial^2\left(C(z)\right)}{\partial z^2} = \frac{1}{V^2}A(x)B(y)C(z)\frac{\partial^2\left(T(t)\right)}{\partial t^2} = Cste$$

- On **divise** chaque terme de l'équation par la solution ***Ψ***,

$$\left[\frac{\ddot{A}(x)}{A(x)} + \frac{\ddot{B}(x)}{B(x)} + \frac{\ddot{C}(x)}{C(x)}\right] = \frac{\mathbf{1}}{V^2}\frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} = -\left(\frac{\omega}{V}\right)^2 = -k^2 = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

- On identifie **les équations différentielles** suivantes

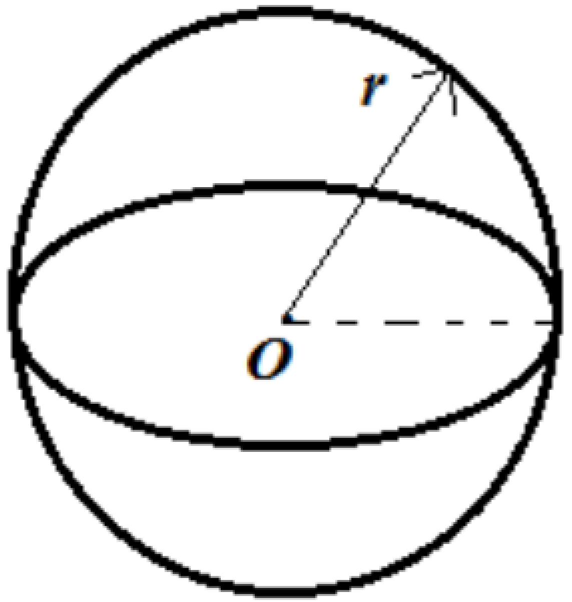
$$\begin{cases} \ddot{A}(x) + k_x^2 A(x) = O \\ \ddot{B}(y) + k_y^2 B(y) = 0 \\ \ddot{C}(z) + k_z^2 C(z) = 0 \\ \ddot{T}(t) + \omega^2 T(t) = 0 \end{cases}$$

- **Les solutions sont déterminées comme suit:**

$$\begin{cases} A(x) = A_1 \cos k_x x + A_2 \sin k_x x \\ B(y) = B_1 \cos k_y y + B_2 \sin k_y y \\ C(z) = C_1 \cos k_z z + C_2 \sin k_z z \\ T(t) = T_1 \cos \omega t + T_2 \sin \omega t \end{cases}$$

• Ondes sphériques

- **Soit une onde *Ψ* se propageant d'une manière sphérique dans un milieu à symétrie radiale avec une vitesse constante V.**



- L'équation de propagation tridimensionnelle s'écrit:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = V^2 \Delta \psi$$

- Pour un milieu **ayant une symétrie radiale**; on a **le rayon de la sphère r** qui se calcule comme suit:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

- Alors, la solution ***ψ(x,y,z;t)*** ne dépend que de la variable r devient:

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(r, t)$$

- **Pour la première dérivée on a**

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}$$

- **Pour la deuxième dérivée; pour la variable x; on trouve**

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{x}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\right] = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\frac{\partial x}{\partial x} + x\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\right]\frac{\partial r}{\partial x}$$

$$= \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{x^2}{r}\left[-\frac{1}{r^2}\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}\right]$$

$$= \frac{x^2}{r^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\left[1 - \frac{x^2}{r^2}\right]$$

- **De même pour la variable *y*:**

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{y^2}{r^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\left[1 - \frac{y^2}{r^2}\right]$$

- **De même pour la variable *z*:**

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{z^2}{r^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\left[1 - \frac{z^2}{r^2}\right]$$

- **On somme pour les trois directions, on obtient**

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \Delta \psi(r) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial^2 (r\psi)}{\partial r^2}$$

- **D'où l'équation de propagation :**

$$\frac{\partial^2(r\psi)}{\partial r^2} = \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2(r\psi)}{\partial t^2}$$

En posant **la nouvelle variable**: $\phi = r\psi$

- **On a obtenue une équation aux dérivées partielles**

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} = \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}$$

- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$\phi(t,r) = \phi_1(t - \frac{r}{V}) + \phi_2(t + \frac{r}{V})$$

D'où la solution globale devient:

$$\psi(r,t) = \frac{1}{r}\left[F(t - \frac{r}{V}) + G(t + \frac{r}{V})\right]$$

Une onde sphérique incidente

Une onde sphérique régressive

REMARQUE

Le facteur (1/r) représente l'amortissement de l'amplitude de l'onde sphérique incidente qui est due à la répartition énergétique de l'onde dans toutes les directions de la même manière.

CONCLUSION

CE QU’IL FAUT RETENIR!

- L’onde mécanique est une perturbation locale temporaire qui se déplace dans un milieu matériel élastique, homogène et isotrope sans transport de matière.
- Ces phénomènes sont régis par une équation aux dérivées partielles, appelée équation d’Alembert où encore équation d’onde
- La célérité de l’onde est constante dans un milieu linéaire, homogène, isotrope et non dispersif. Elle dépend de l’inertie, de la rigidité et de la température du milieu. Elle varie d’un milieu à un autre
- On définit la direction de propagation d’une onde dans l’espace tridimensionnel par le vecteur d’onde .
- Il existe deux types de milieux : Milieu dispersif et Milieu non dispersif
- Il existe deux types d’ondes : Onde longitudinale et Onde transversale
- L’onde mécanique se propage à partir d’une source sous différentes formes :
  - A une dimension : Mouvement plane le long d’un axe comme le mouvement d’une corde, mouvement d’un ressort.
  - A deux dimensions : Mouvement circulaire à la surface d’eau.
  - A trois dimension ; Mouvement sphérique dans toute les direction

MERCI POUR VOTRE ATTENTION