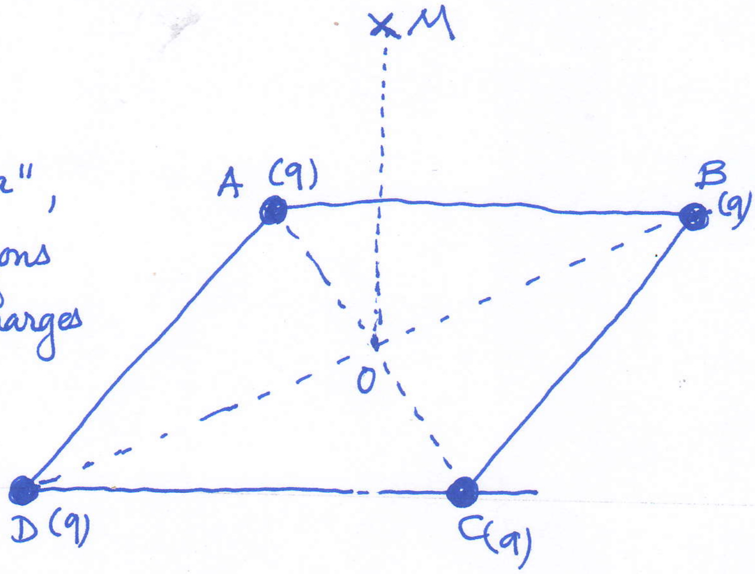
بسم الله الرحمن الرحيم

Ecole Nationale Polytechnique d'Oran (ENP-Oran)		2017-2018
Filière : CPST 1e année	Semestre : 2	Module : Physique 2
Série de TD « 1 » : Champ et potentiel Electriques. Distribution discontinue		

Je propose qu'on garde les 4 premiers exercices de la fiche de "TRAVAUX DIRIGÉS de Physique 2 : TD N° 2", et d'y ajouter l'exercice suivant.



Exercice Supplémentaire :

Soit un carré ABCD d'arête "a", ($AB = BC = CD = DA = a$). Nous plaçons aux 4 sommets de ce carré 4 charges positives $q > 0$.

1°) Quel est le champ électrique créé par ces 4 charges au centre du carré ?

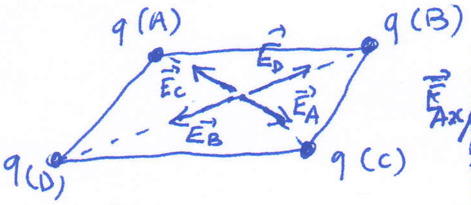
2°) Quel est le champ électrique créé par ces 4 charges en un point M situé sur l'axe normal au plan du carré et passant par son centre, à une distance $x = OM$?

3°) Par deux (2) méthodes différentes, trouver l'expression du potentiel électrique au point M.

4°) Si on plaçait une charge $q > 0$ au point M, quelle serait la direction et l'intensité de la force de Coulomb exercée par les 4 autres charges sur elle. Calculer aussi l'énergie potentielle électrique dans ce cas au point M.

Remarque : Toutes les charges sont fixées et immobiles

Solution de l'exercice supplémentaire (TD 1)



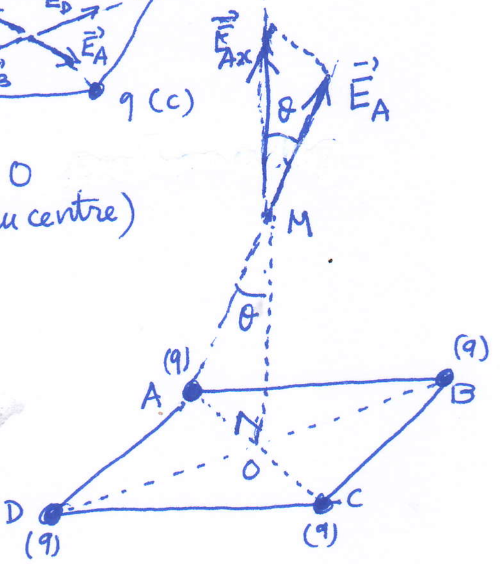
1°) Au centre du carré :

Par raison de symétrie :

$$\vec{E}_A = -\vec{E}_C \quad \text{et} \quad \vec{E}_B = -\vec{E}_D$$

D'où : $\vec{E}_0 = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D \Rightarrow \vec{E}_0 = 0$ (nul au centre)

$$\underbrace{\vec{E}_A + \vec{E}_C}_{0} \qquad \underbrace{\vec{E}_B + \vec{E}_D}_{0}$$



2°) Au point M :

$\vec{E}_M$ a deux composantes $\vec{E}_M \begin{pmatrix} E_{Mx} \\ E_{My} \end{pmatrix}$ dont

l'une est nulle : $E_{My} = 0$ par raison de symétrie

on a : $E_{Mx} = E_{Ax} + E_{Bx} + E_{Cx} + E_{Dx} = 4E_{Ax}$

et $E_{Ax} = E_A \cdot \cos\theta \quad (E_{Ax} = E_{Bx} = E_{Cx} = E_{Dx})$

avec $\cos\theta = \dfrac{OM}{AM} = \dfrac{x}{AM} \quad (x = OM)$

et $E_A = \dfrac{kq}{AM^2} \quad \left(k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)$

$\Rightarrow E_{Ax} = \dfrac{kqx}{AM^3}$

Th. Pythagore $\Rightarrow AM = \sqrt{OA^2 + OM^2}$

or $OA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$
et $OM = x$ $\Big\} \Rightarrow AM = \left(x^2 + \dfrac{a^2}{2}\right)^{1/2}$

Finalement : $E_{Ax} = \dfrac{kqx}{\left(x^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{3/2}}$ et $\boxed{E_M = 4E_{Ax} = \dfrac{4kqx}{\left(x^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{3/2}}}$

Remarque $E_M = 4kqx/AM^3$

3°) L'expression de V_M :

1ère Méthode : on sait que $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{Grad}}\, V$, et puisqu'on est à 1 dimension :

$E = -\dfrac{\partial V}{\partial x} \Rightarrow V = -\int E\, \partial x = +4kq \displaystyle\int \dfrac{-x}{\left(x^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{3/2}} \partial x$

on remarque que la dérivée de $\left(x^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{-1/2}$ est :

$$\left[\left(x^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{-1/2}\right]' = \frac{-1}{2} \times 2x \times \left(x^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{-3/2} = \frac{-x}{\left(x^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{3/2}}$$

D'où : $\boxed{V = 4kq\left(x^2 + \dfrac{a^2}{2}\right)^{-1/2} + \text{cste} = \dfrac{4kq}{\left(x^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{1/2}} + \text{cste}.}$

Remarque : $V = \dfrac{4kq}{AM} + \text{cste}.$

2e méthode :

on peut calculer V directement.

$$V_M = V_A + V_B + V_C + V_D = 4\,V_A \quad (\text{car } V_A = V_B = V_C = V_D \text{ par symétrie})$$

$$V_A = \frac{kq}{AM} \quad (\text{c'est un scalaire, il n'y a aucune projection})$$

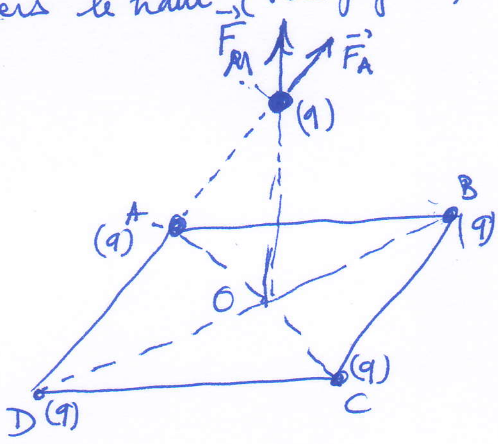
D'où $\boxed{V_M = 4\,V_A = \frac{4kq}{AM}} \Leftrightarrow \boxed{V_M = \frac{4kq}{(x^2 + \frac{a^2}{2})}}$

Remarque : Dans la 1ère méthode, on a obtenu une constante, mais pas dans la 2e méthode.

Le potentiel est toujours obtenu à une constante près.

4°) Force de Coulomb :

Puisque la charge placée dans M est positive elle aussi, alors la force de Coulomb exercée par les charges placées en A, B, C, D est une force répulsive dirigée vers le haut (voir figure)



$$\vec{F}_M = q\,\vec{E}_M$$

en module :

$$F_M = qE_M = \frac{4kq^2x}{(x^2 + \frac{a^2}{2})^{3/2}}$$

et la direction verticale vers le haut

L'énergie potentielle :

On peut là aussi utiliser la relation $\vec{F}_M = -\overrightarrow{\text{Grad}}\,E_p$, mais il y a une méthode plus rapide, en effet :

$$E_p = qV_M = \frac{4kq^2}{(x^2 + \frac{a^2}{2})} \quad (\text{on a pris } V_M \text{ de la 2e méthode})$$