Ecole Nationale Polytechnique Maurice AUDIN d'Oran
Département : **Formation préparatoire**
Niveau : **Deuxième année**
Module **Physique 03**
Responsable **: Pr Fouad BOUKLI HACENE**
Email : **bhfouad@yahoo.fr**

- SERIE DE TD 03 -
OSCILLATIONS AMORTIES A 1 DEGRE DE LIBERTE
PARTIE 01 : COURS

Problème 1 :

On définit un oscillateur amorti régi par l'équation différentielle suivante :

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + kx = 0$$

Avec m est la masse du corps, *k* est le coefficient de rappel et x(t) est le déplacement du corps. On lance le système avec une vitesse initiale v_0=25cm/s.

1. Calculer la période propre du système, sachant que : m=150g et k=3.8N/m.
2. Montrer que si α=0.6kg/s, le corps a un mouvement oscillatoire amorti.
3. Résoudre dans ce cas l'équation différentielle avec les conditions initiales.
4. Calculer la période du mouvement.
5. Calculer le temps t_m au bout duquel la première amplitude x_m est atteinte.
6. En déduire x_m.
7. Calculer la vitesse d'une pseudo-période

- SERIE DE TD 03 -
OSCILLATIONS AMORTIES A 1 DEGRE DE LIBERTE
PARTIE 02 : TRAVAUX DIRIGES

Problème 2 :

On considère une barre homogène de masse M, de longueur l, de moment d'inertie $J_g = \frac{1}{12}Ml^2$, mobile autour d'un axe fixe à une de ses extrémités O. A l'autre extrémité A est fixé à un ressort de raideur k. Le système est représenté dans la figure 01.

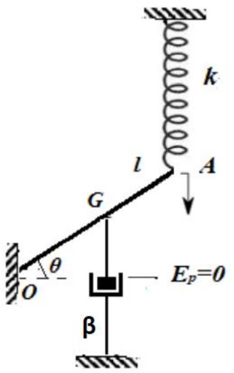

Figure 01

De plus le système est amorti par le biais d'un amortisseur au milieu de la barre G dont le coefficient de frottement est **β**. En position d'équilibre la barre est horizontale.
Dans le cas des petites oscillations :

1. Exprimer l'énergie cinétique et l'énergétique potentielle du système.
2. Donner le Lagrangien du système.
3. Donner la fonction de dissipation ***D***
4. Etablir l'équation différentielle du mouvement.
5. Donner le cas d'un faible amortissement ; donner l'expression de la solution générale θ(t) avec les conditions initiales suivantes :

$$\theta(t=0)=0 \text{ et } \dot{\theta}(t=0)=\dot{\theta}_0$$

6. Tracer l'allure de la solution de θ(t).

Problème 3 :

Le système est composé d'une masse m= 1.2kg reliée par deux ressorts de raideur k=100N/m, dont l'une de l'extrémité est fixée à un amortisseur de coefficient **β**. Le déplacement de la masse est noté par x(t) et est enregistré à l'aide d'un appareil de mesure.

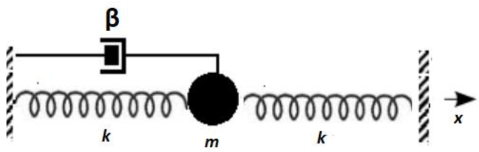

Figure 02

On considère que l'amortisseur est peu visqueux. A l'instant t = 0, on déplace la masse ***m*** de x_0 = 5cm et on l'abandonne sans vitesse initiale.

1. Exprimer l'énergie cinétique et potentielle du système
2. En déduire le lagrangien dans ce cas.
3. Donner la fonction de dissipation ***D.***
4. Etablir l'équation différentielle du mouvement.
5. Donner la solution de l'équation du mouvement avec les conditions initiales.
6. L'amplitude de la courbe a enregistré une diminution de 30% au bout de 5 pseudo-périodes Calculer le décrément logarithmique et la perte d'énergie entre t = 0 et t = 5Ta.
7. Quelle erreur commet-on en assimilant la pseudo-période T_a à la piéride T_0 de l'oscillateur.
8. Calculer le coefficient de frottement visqueux β de l'amortisseur.
9. On change le fluide de l'amortisseur, la courbe enregistrée correspond dans ce cas-là à un régime critique avec les mêmes conditions initiales.
   7.1 Calculer la position de la masse m à l'instant t = 0.1s
   7.2 Calculer l'énergie dissipée par le système à cet instant.

Problème 04 :

Soit le circuit R.L.C en série représenté par la figure 03 :

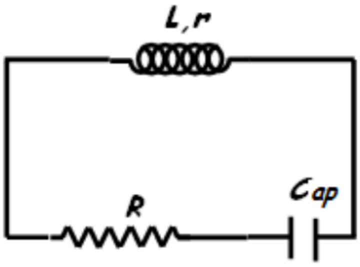

Figure 03

1. Déterminer l'équation différentielle du mouvement à partir des lois de Kirchhoff.
2. Donner la forme de la solution générale
3. Donner le système mécanique équivalent

Ecole Nationale Polytechnique Maurice AUDIN d'Oran
Département : **Formation préparatoire**
Niveau : **Deuxième année**
Module **Physique 03**
Responsable **: Pr Fouad BOUKLI HACENE**
Email : **bhfouad@yahoo.fr**

- DEVOIR 01 -
OSCILLATIONS FORCEES A 1 DEGRE DE LIBERTE

Problème 01 :

Une masse m reliée à un bâti par un ressort de raideur k peut effectuer des oscillations horizontales, libres et amorties par une force de frottement $\vec{F}$ qui apparaıt entre la masse m et le sol. Cette force est opposée au mouvement de la masse et d'intensité constante telle que :

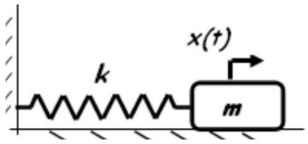

Figure 01

$|\vec{F}| = \mu_s mg$: pour un corps au repos et $|\vec{F}| = \mu_d mg$: pour un corps en mouvement

1. Etablir l´équation différentielle du mouvement du système libre non amorti.
2. En déduire sa pulsation propre ω_0.
3. Ecrire l'expression de la force de frottement dans les deux sens du mouvement.
4. Etablir l'´équation différentielle du mouvement du système amorti.
5. Rechercher sa solution.

Problème 02 :

Une tige horizontale *AB* de longueur *l*=60 cm et de masse négligeable est fixée par une de ses extrémités à un point autour duquel elle peut tourner, l'autre extrémité B porte une masse ponctuelle m=10g. On attache à cette tige deux ressorts de constantes de raideur k_1=60N/m et k_2=40N/m respectivement à des distances 2*l*/3 et *l*/3 du point A.

Partie 1 : En régime libre :

On écarte la masse m d'un faible angle **θ** par rapport à la position d'équilibre correspondant à (**θ**=0) puis on laisse le système osciller (voir Figure 2).

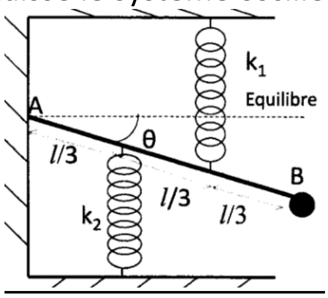

Figure 2

1. Exprimer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système
2. En déduire le Lagrangien du système.
3. Déterminer l'équation différentielle du mouvement.
4. En déduire la pulsation propre du système ω_0.
5. Donner la forme de la solution générale en utilisant les conditions initiales suivantes : $\theta(t=0)=0$ et $\dot{\theta}(t=0)=\dot{\theta}_0$

Partie 2 : Régime amorti :

On attache un amortisseur de coefficient de frottement α = 0.6 Kg/s au point B de la tige comme le montre la figure 3.

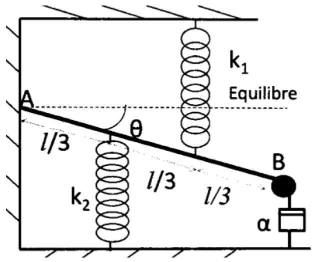

Figure 04

6. Donner l'expression de la fonction de dissipation.
7. Etablir la nouvelle équation différentielle de Lagrange -Euler (on posera $2\lambda = \frac{\alpha}{m}$)
8. Dans quel régime d'amortissement se trouve le système.
9. Résoudre cette équation et expliciter la forme de la solution $\theta(t)$.
10. Quelle est la valeur de la pseudo-pulsation de vibration du système (notée $\boldsymbol{\omega_a}$)

Problème 03 :

***Part**ie* A : Un bloc de masse *m=25kg* est monté sur un support en caoutchouc de masse négligeable qui se comprime vers l'état d'équilibre de 6.0827 cm sous l'effet de ce poids. Sachant que ce dispositif peut être modélisé par un système masse–ressort-amortisseur de constante de raideur $\boldsymbol{k}$ et de coefficient de frottement $\boldsymbol{\alpha}$.

1. Calculer la constante d'élasticité k du dispositif en unités (SI). On prend ***g=9.8N/kg***
2. Calculer la pulsation propre $\boldsymbol{\omega_0}$ du système en unité (SI).

Partie B :

Quand le bloc vibre librement ; on enregistre des oscillations amorties de la masse avec un déplacement initiale de 5cm à partir de sa position d'équilibre – voir la figure 05.

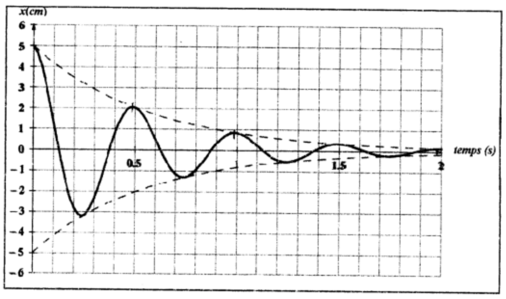

Figure 05

3. Déduire du graphe la pseudo-période T_a de l'oscillation amortie.
4. Calculer $\delta = ln\left(\frac{x(0)}{x(0.5)}\right)$. Comment appelle-t-on cette quantité ?
5. Déduire la valeur du coefficient d'amortissement $\boldsymbol{\lambda}$ en unité (SI).
6. Calculer le coefficient de frottement $\boldsymbol{\alpha}$ en unité (SI).
7. Calculer la pseudo-pulsation $\boldsymbol{\omega_a}$ en unité (SI).
8. On élimine l'oscillation amortie en remplaçant la masse m par m_0. A partir de quelle valeur de $\boldsymbol{m_0}$; les vibrations disparaissent ?