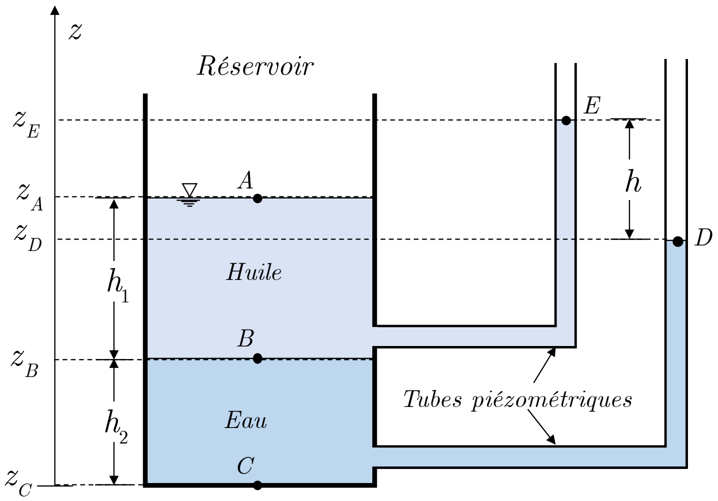
École nationale polytechnique
Maurice Audin – Oran
Département de CPST

Deuxième année Ingénieur
Année : 2023 – 2024
Module : Mécanique des fluides

Solution de série de TD 02 – Partie (1) Hydrostatique

Exercice 01

Nous avons le réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques exposés à l'atmosphère, et remplie avec deux fluides non miscibles (eau+huile) comme montre la figure 1. Nous définissons la coordonnée verticale z permettant de déterminer le niveau horizontal de chaque point des deux fluides à partir de la partie basse du réservoir.



1. Calcul des pressions au point A, B et C

Le calcul de ces pressions repose sur l'application de la loi fondamentale de l'hydrostatique :

$$P_{en\ bas} = P_{en\ haut} + \rho g \left|\text{différence de niveau}\right| \text{ et } P_{en\ haut} = P_{en\ bas} - \rho g \left|\text{différence de niveau}\right|$$

Pression p_A
Le point A est un point de la surface libre (en contact avec l'air). Il soumit ainsi à la pression atmosphérique :

$$\boxed{p_A = p_{atm} = 1.013 \times 10^5 \,\text{Pa}}$$

Pression p_B
D'après la loi fondamentale de l'hydrostatique :

$$p_B = p_A + \rho_{Huile} g \; z_A - z_B \;\Rightarrow p_B = p_{atm} + \rho_{Huile} g h_1$$

$$p_B = 1.013 \times 10^5 + 850 \times 9.81 \times 5 \Rightarrow p_B = 1.51 \times 10^5 \,\text{Pa}$$

Pression p_C

D'après la loi fondamentale de l'hydrostatique :

$$p_C = p_B + \rho_{Eau} g \;\; z_B - z_C \;\; \Rightarrow p_C = p_{atm} + \rho_{Huile} g h_1 + \rho_{Eau} g h_2$$

$$p_C = 1.51 \times 10^5 + 1000 \times 9.81 \times 5 \Rightarrow p_C = 2 \times 10^5 \,\text{Pa}$$

2. Calcul de la distance h

En employant la loi fondamentale de l'hydrostatique cherchant la différence entre le niveau de l'huile et du l'eau dans les deux tubes piézométriques. Nous avons :

$$h = \left| z_E - z_D \right| \;\ldots (1)$$

Il suffit de déterminer les niveaux z_E et z_D en fonction des données disponibles de l'exercice. Tout d'abord, comme les points A, E et D sont exposés à l'atmosphère, on a :

$$p_A = p_E = p_D = p_{atm}$$

En se basant sur la valeur de la pression en bas du réservoir (fond), nous pouvons écrire pour $p_A = p_E$:

$$p_C - \rho_{Eau} g \;\; z_B - z_C \;\; - \rho_{Huile} g \;\; z_A - z_B \;\; = p_C - \rho_{Eau} g \;\; z_B - z_C \;\; - \rho_{Huile} g \;\; z_E - z_B$$

$$\rho_{Huile} g \;\; z_A - z_B \;\; = \rho_{Huile} g \;\; z_E - z_B$$

$$z_A - z_B = z_E - z_B$$

Tout simplement, les niveaux aux points A et E sont égaux :

$$z_A = z_E \;\ldots (2)$$

D'autre part, nous avons au point D :

$$p_D = p_C - \rho_{Eau} g \;\; z_D - z_C \;\; = p_{atm} \Rightarrow p_C - \rho_{Eau} g z_D = p_{atm} \Rightarrow z_D = \frac{p_C - p_{atm}}{\rho_{Eau} g} \;\ldots (3)$$

En substituant (2) et (3) dans (1) :

$$h = \left| z_A - \frac{p_C - p_{atm}}{\rho_{Eau} g} \right| = \left| z_A - \frac{p_{atm} + \rho_{Huile} g h_1 + \rho_{Eau} g h_2 - p_{atm}}{\rho_{Eau} g} \right| = \left| h_1 + h_2 - \frac{\rho_{Huile} h_1 + \rho_{Eau} h_2}{\rho_{Eau}} \right|$$

$$h = \left| h_1 - \frac{\rho_{Huile} h_1}{\rho_{Eau}} \right|$$

$$h = \left| 6 - \frac{850 \times 6}{1000} \right| \Rightarrow \boxed{h = 0.9 \text{ m}}$$

3. Pression du réservoir

Il s'agit de déterminer une fonction permettant de déterminer la pression de chaque point des deux fluides. Pour ce faire, nous nous focalisons sur la coordonnée du niveau vertical z variant entre 0 et h1 + h2 :

Au niveau du fluide eau : $0 \le z \le h_2$

$$p(z) = p_B + \rho_{Eau} g \;\; h_1 - z \;\; \Rightarrow p(z) = p_{atm} + \rho_{Huile} g h_1 + \rho_{Eau} g \;\; h_2 - z$$

Au niveau du fluide Huile : $h_2 \le z \le h_1 + h_2$

$$p(z) = p_{atm} + \rho_{Huile} g \;\; h_1 + h_2 - z$$

Pour : $0 \le z \le h_1 + h_2$:

$$\boxed{p(z) = \begin{cases} p_{atm} + \rho_{Huile} g h_1 + \rho_{Eau} g \;\; h_2 - z \;, & 0 \le z \le h_2 \\ p_{atm} + \rho_{Huile} g \;\; h_1 + h_2 - z \;, & h_2 \le z \le h_1 + h_2 \end{cases}}$$

Abderrahim Mokhefi, born in 1992 in Oran, Algeria. He holds the position of assistant professor at the National Polytechnic School of Oran (ENPO). He received his Ph.D. (2022) in energetic mechanics from the University of Bechar (UTMB). His research interests encompass a diverse spectrum of areas, with a primary focus on: computational fluid dynamics (CFD), heat transfer, nanofluids, electromagnetic field theory, and magnetohydrodynamics.