Correction de la fiche de td n°1

Exercice1 :

1.

a. La population étudiée est le groupe de personnes.

b. La variable étudiée est $\boldsymbol{X}$ = «nombre d'enfants que chacun d'entre eux avait au 31 décembre 2016 ».

2.

a. La nature de la variable étudiée est quantitative discrète.

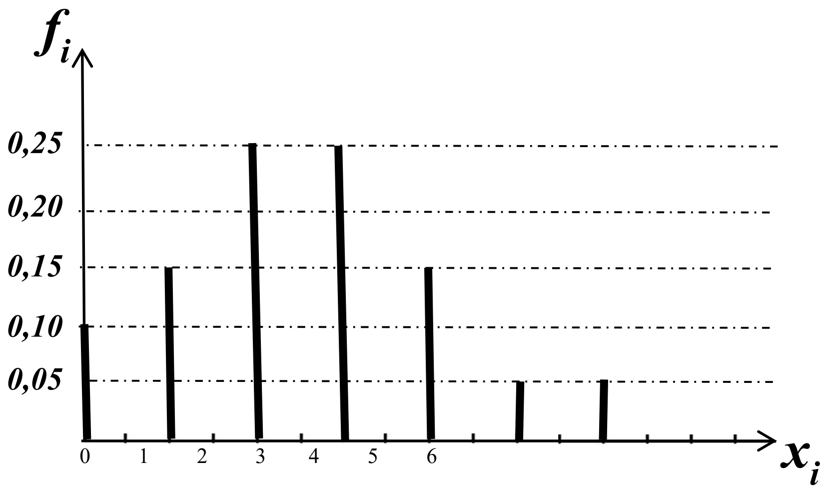
b. L'ensemble M des modalités est M = {0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}. ie $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$, $x_4 = 3$, $x_5 = 4$, $x_6 = 5$, $x_i = 6$.

3. Représentez la distribution des fréquences par un diagramme en bâtons.

Le tableau statistique associé à $\boldsymbol{X}$ est le suivant.

x_i	n_i	$N_i = n_{ic}$	f_i	$F_i = f_{ic}$
0	2	2	0,10	0,10
1	3	5	0,15	0,25
2	5	10	0,25	0,50
3	5	15	0,25	0,75
4	3	18	0,15	0,90
5	1	19	0,05	0,95
6	1	20	0,05	1
Total	20		1,00	

Et le diagramme en bâtons des fréquences est :



Pour les questions 4 et 5 voir tableau suivant :

x_i	n_i	$N_i = n_{ic}$	f_i	$F_i = f_{ic}$	$N'_i = n_{id}$	$F'_i = f_{id}$
0	2	2	0,10	0,10	20	1,00
1	3	5	0,15	0,25	18	0,90
2	5	10	0,25	0,50	15	0,75
3	5	15	0,25	0,75	10	0,50
4	3	18	0,15	0,90	5	0,25
5	1	19	0,05	0,95	2	0,10
6	1	20	0,05	1	1	0,05
Total	20		1,00			

Exercice 2:

1.

a. La population étudiée est le groupe de 50 personnes.

b. La variable étudiée est $\boldsymbol{X}$ = «le dernier diplôme obtenu ».

2.

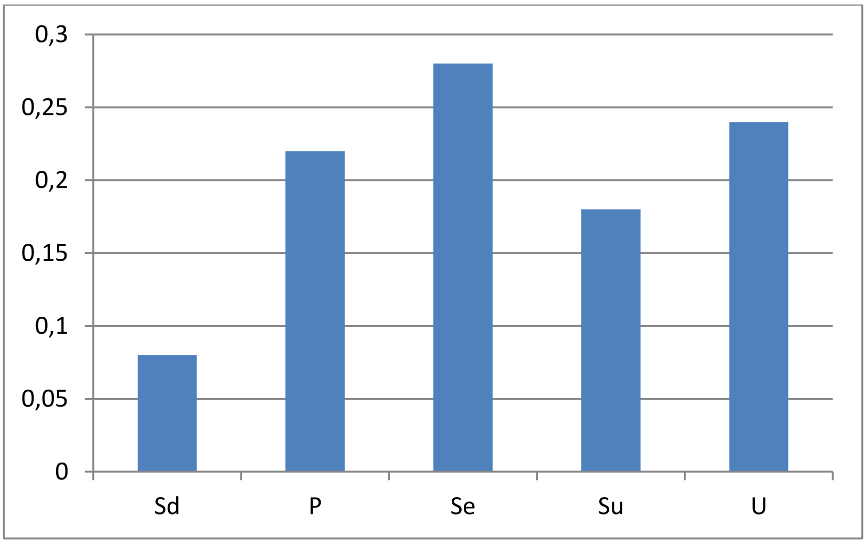
a. La nature de la variable étudiée est qualitative ordinale.

b. L'ensemble M des modalités est M = { ***Sd*** ; ***P***; ***Se*** ; ***Su***; ***U*** }.

3. Le tableau statistique complet de cette distribution :

x_i	n_i	$N_i = n_{ic}$	f_i	$F_i = f_{ic}$
Sd	04	04	0,08	0,08
P	11	15	0,22	0,30
Se	14	29	0,28	0,58
Su	09	38	0,18	0,76
U	12	50	0,24	1,00
Total	50		1,00	

4- Le diagramme à bandes de la distribution des fréquences est :



Exercice 3:

1.

a. La population étudiée est composée des familles de la ville.

b. La variable étudiée est $\boldsymbol{X}$ = «le nombre de pièces des appartements des familles de la ville».

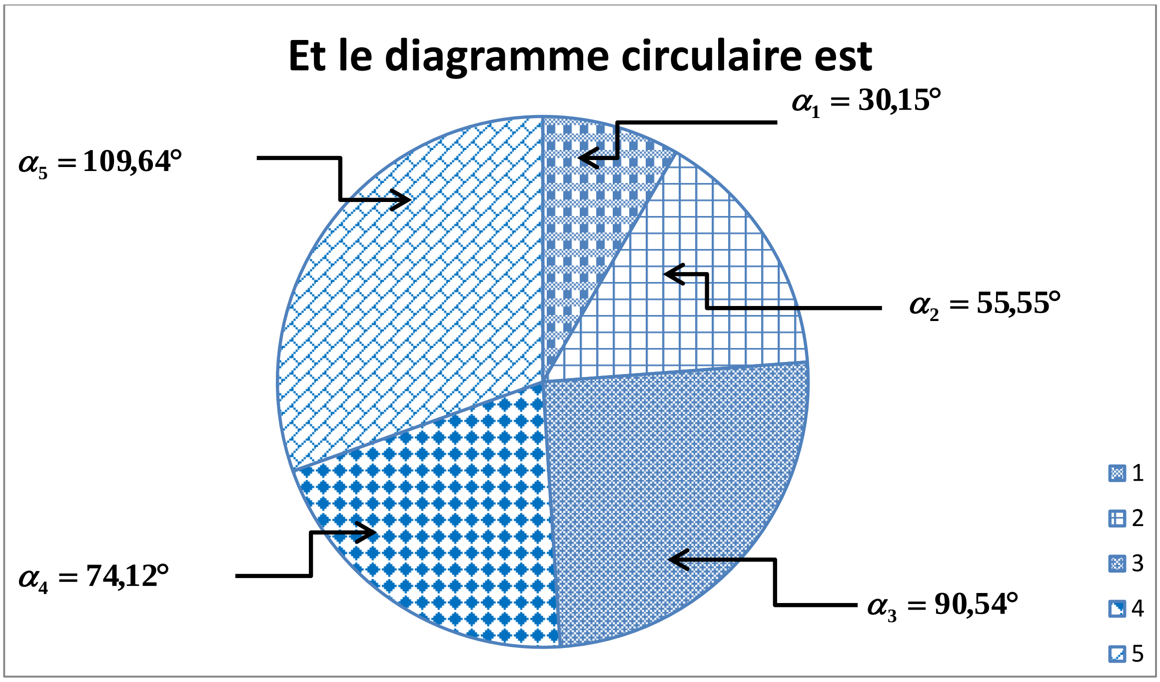
c. La nature de la variable étudiée est quantitative discrète.

b. L'ensemble M des modalités est M = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 }.

2. Pour représenter la distribution par diagramme circulaire on a : $\alpha_i = f_i \times 360° = \frac{n_i}{N} \times 360°$

Donc

x_i	n_i	$N_i = n_{ic}$	f_i	α_i
1	25125	25125	0,08375	30,15
2	46290	71415	0,1543	55,548 ≈ 55,55
3	75453	146868	0,25151	90,5436 ≈ 90,54
4	61767	208635	0,20589	74,1204 ≈ 74,12
5	91365	300000	0,30455	109,638 ≈ 109,64
Total	300000		1,00	360



3. Calculons la fonction de répartition :

Par définition la fonction de répartition est :

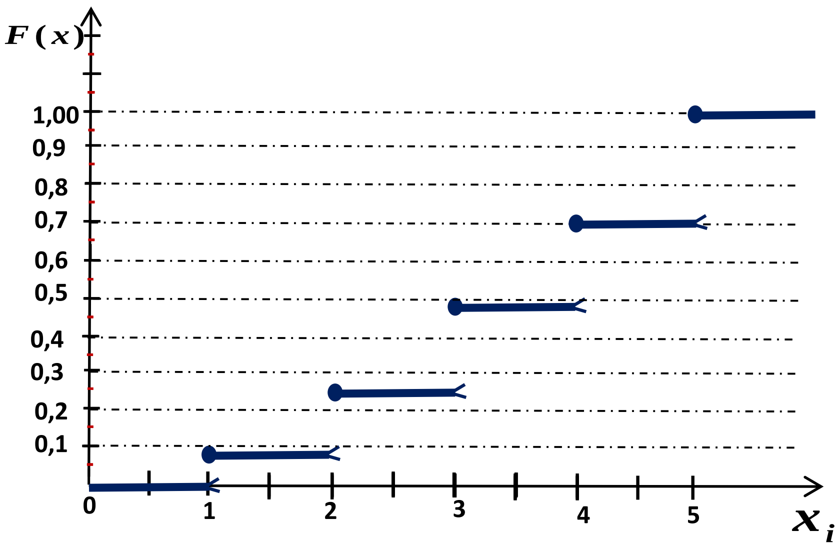
$$F(x) = \begin{cases} 0 & si & x < x_1 \\ F_i & si & x_i \le x < x_{i+1} \\ 1 & si & x_r \le x \end{cases}$$

Donc on abesoin de calculer les fréquences cumulées croissantes $F_i = f_{ic}$ avec $i \in \{1,2,3,4,5\}$ ($r = 5$).

$$F_1 = f_1, F_2 = f_1 + f_2 \quad et \quad F_i = f_{ic} = f_1 + f_2 + \cdots + f_i = \sum_{p=1}^{i} f_p$$

x_i	n_i	$N_i = n_{ic}$	f_i	$F_i = f_{ic}$
1	25125	25125	0,08375	0,08375
2	46290	71415	0,1543	0,23805
3	75453	146868	0,25151	0,48956
4	61767	208635	0,20589	0,69545
5	91365	300000	0,30455	1,00
Total	300000		1,00	

$$\Rightarrow \quad F(x) = \begin{cases} 0 & si & x < 1 \\ 0{,}08375 & si & 1 \le x < 2 \\ 0{,}23805 & si & 2 \le x < 3 \\ 0{,}48956 & si & 3 \le x < 4 \\ 0{,}69545 & si & 4 \le x < 5 \\ 1 & si & x \ge 5 \end{cases} \approx \begin{cases} 0 & si & x < 1 \\ 0{,}08 & si & 1 \le x < 2 \\ 0{,}24 & si & 2 \le x < 3 \\ 0{,}49 & si & 3 \le x < 4 \\ 0{,}70 & si & 4 \le x < 5 \\ 1 & si & x \ge 5 \end{cases}$$



3- Combien d'appartement de cette ville sont composées d'au moins 3 pièces ? au plus 4 pièces.

- « Au moins 3 pièces » corréspond aux appartements qui ont 3, 4, 5 pièces ; donc au nombre des familles habitant dans ces appartement : c'est à dire toutes les familles de la villes sauf celles qui présentent les modalités x_1 ***et*** x_2 , autrement dit sauf celles qui ont 1, 2 pièces :
  D'où le nombre des appartement est l'effectif cumulé décroissant $N'_3 = n_{3d} = N - (n_1 + n_2) = 228585$
  $N'_3 = n_{3d} = N - (n_1 + n_2) = 300000 - (25125 + 46290) = 228585$
- « Au plus 4 pièces » corréspond aux appartements qui ont 1, 2, 3, 4 ; donc au nombre des familles qui présentent les modalités x_1, x_2, x_3 ***et*** x_4 : D'où le nombre des appartement est l'effectif cumulé croissant $N_4 = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 25125 + 46290 + 75453 + 61767 = 208635$.

Exercice 4:

Solution

1. a. La population étudiée est composée des régions du monde énumérées.
   b. La variable étudiée est X = « émissions de CO_2 ».

   c. La variable étudiée est quantitative discrète dans son origine (pendant la collecte des données (Informations)), qui va être étudiée comme variable quantitative continue.
   d. Les modalités des variables sont les valeurs données dans la 2eme colonne du tableau.

2. Le tableau statistique associé est :

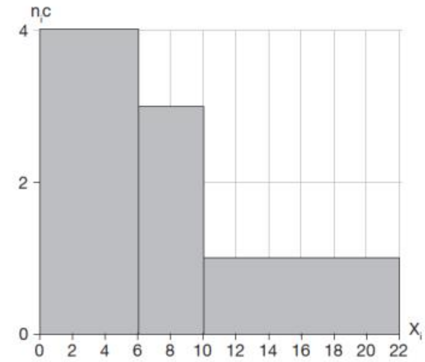
$[b_{i-1}, b_i[$	C_i	n_i	N_i	f_i	$F_i = f_{ic}$
[0 , 6[	3	6	6	0,5	0,5
[6 , 10[	8	3	9	0,25	0,75
[10 , 22[	16	3	12	0,25	1
Total		12		1,00	

3. On remarque que les amplitudes sont distintcs, donc on choisit l'amplitude de référence $a^* = 4$

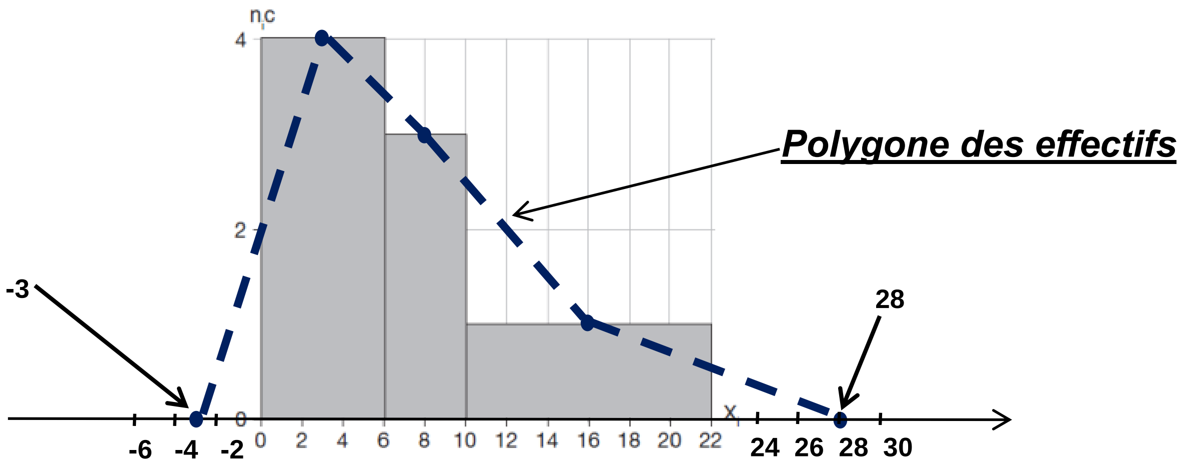
$[b_{i-1}, b_i[$	n_i	*Amplitudes* a_i	*Densités* $d_i = \frac{n_i}{a_i}$	n_i^c
[0 , 6[	6	6	1	4
[6 , 10[	3	4	0,75	3
[10 , 22[	3	12	0 ,25	1
Total	12			

Et dons l'histogramme de la distribution est :

Figure 1.22
Histogramme des pays selon leurs émissions de CO_2.



4- le polygone des effectifs



5- Représenter la courbe cumulative de la série statistique.

La courbe cumulative*, par définition est la courbe de la fonction de répartition.*

Dans le cas d'une variable continue, est une ligne brisée obtenue en joignant :

- *Les différents points de coordonnés* ($\boldsymbol{b_i}$, $\boldsymbol{F_i}$) *dans l'ordre croissant avec* $\boldsymbol{F_0 = 0}$.

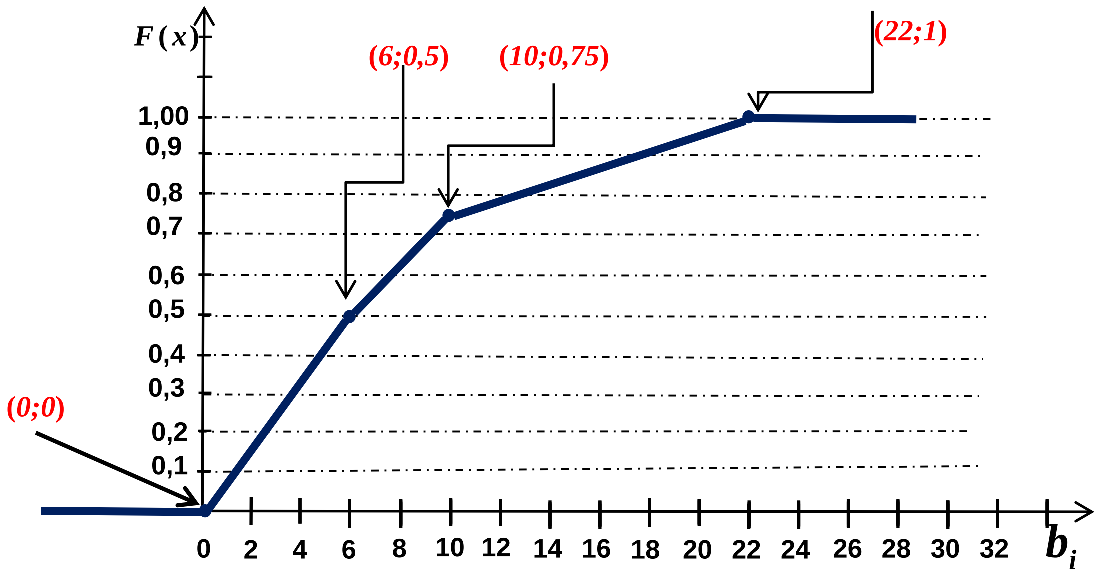
  Et *en joignant :*
- *Du coté gauche du point* ($\boldsymbol{b_0}$, $\boldsymbol{F_0}$) *la ½ droite* $\boldsymbol{y = F(x) = 0}$
- *Et du coté droit du point* ($\boldsymbol{b_r}$, $\boldsymbol{F_r}$) *la ½ droite* $\boldsymbol{y = F(x) = 1}$***, ou*** $\boldsymbol{b_r}$ ***est la borne superieure de la derniere classe (ie*** $\boldsymbol{b_r = 22}$ ***).***

En effet ;

$[b_{i-1} , b_i[$	C_i	n_i	N_i	f_i	$F_i = f_{ic}$
$[0 , 6[$	3	6	6	0,5	0,5
$[6 , 10[$	8	3	9	0,25	0,75
$[10 , 22[$	16	3	12	0,25	1
Total		12		1,00	

Donc les points ($\boldsymbol{b_i}$, $\boldsymbol{F_i}$) *sont :* ($\boldsymbol{b_0}$; $\boldsymbol{F_0}$) = ($\boldsymbol{0}$; $\boldsymbol{0}$) ; ($\boldsymbol{b_1}$; $\boldsymbol{F_1}$) = ($\boldsymbol{6}$; $\boldsymbol{0,5}$) ; ($\boldsymbol{b_2}$, $\boldsymbol{F_2}$) = ($\boldsymbol{10}$; $\boldsymbol{0,75}$) ; ($\boldsymbol{b_3}$, $\boldsymbol{F_3}$) = ($\boldsymbol{22}$; $\boldsymbol{1}$).

Donc ***la courbe cumulative*** *est :*



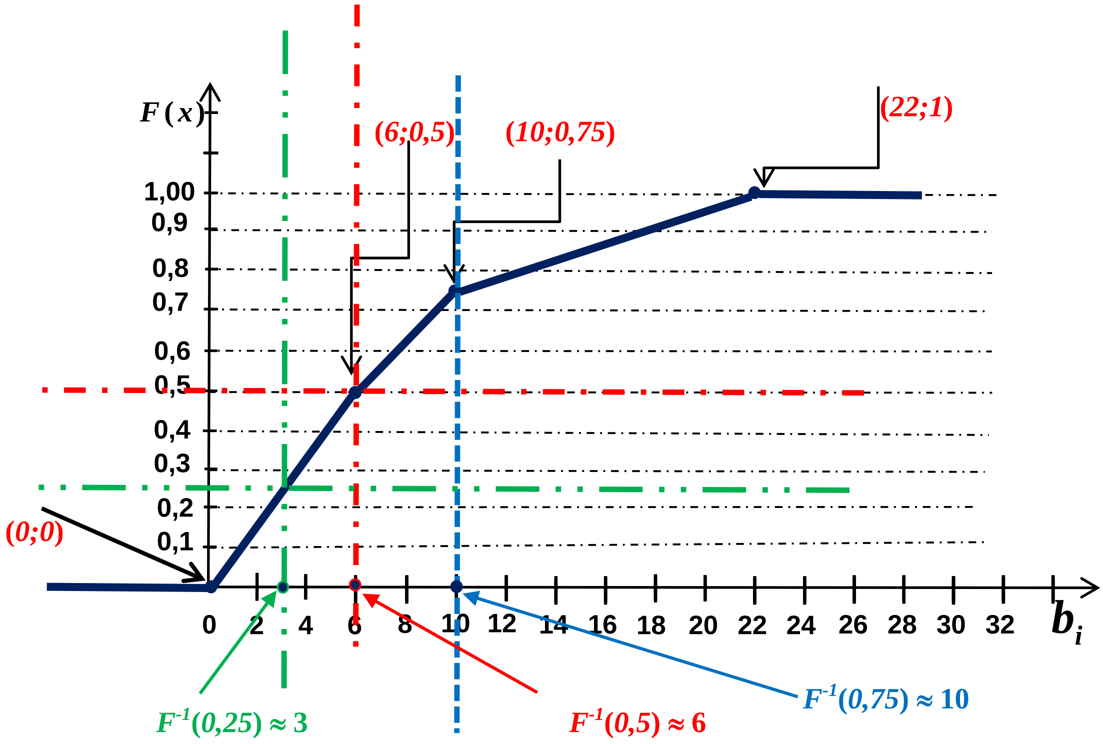
Conseil (faire un 1er apperçu sur les quartiles) : Il est souhaitable d'ajouter les questions suivantes ;

1- Qu'elle est la valeur approchée de la variable dont l'image par la fonction de répartition est égale à 0,5.

2- Qu'elle rôlre joue cette valeur.

3- Faire la même chose pour les valeurs 0,25 et 0,75.

En réponse de ces 3 points on a :



Remarques :

1- La 1ère valeur (celle qui a comme image = 0,5) , partage la population en 2 partie d'effectifs egaux (la mediane).

2- La 2eme valeur (celle qui a comme image = 0,25) , partage la population en 2 partie d'effectifs 25 % avant et 75 % après (le 1er quartile).

3- La 3eme valeur (celle qui a comme image = 0,75) , partage la population en 2 partie d'effectifs 75 % avant et 25 % après (le 3eme quartile).