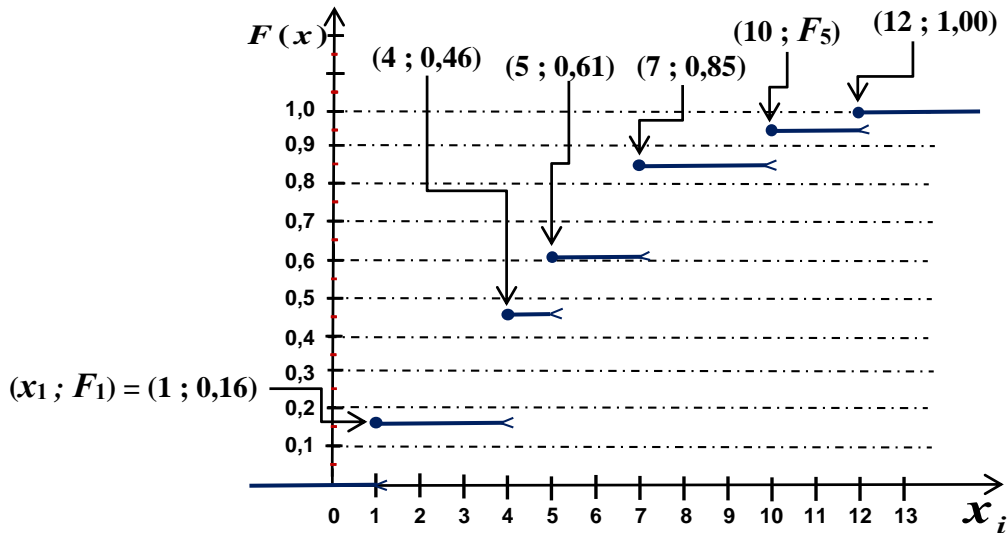


Devoir surveillé n°1 de probabilité-statistique (S1)

Exercice n°1 (10 pts) : La courbe cumulative (courbe de la fonction de répartition) ci-dessous donne la répartition des ouvriers d'une usine selon le nombre d'absences au travail pour l'année 2022.



- 1- Déterminez la population et la variable étudiée, la nature et les modalités de la variable. **(1,5 pts)**
- 2- A partir de cette courbe cumulaive donnez la formule de la fonction de répartition. **(2 pts)**
- 3- Construisez le tableau statistique des fréquences en fonction de F_5 . **(1,5 pts)**
- 4- Sachant que la moyenne $\bar{x} = 5,39$ calculez la fréquence cumulée croissante F_5 , et déduire les valeurs des fréquences f_5 et f_6 . **(2 pts)**
- 5- Donnez la valeur du mode de cette série statistique. Expliquez ? **(1 pts)**
- 6- Donnez la proportion en pourcentage (%) des ouvriers qui ont un nombre d'absences au plus égale à 7. **(1 pts)**
- 7- Si on note F la fonction de répartition de la variable X donner les valeurs de $F(1)$ et $F(5)$. **(1 pts)**

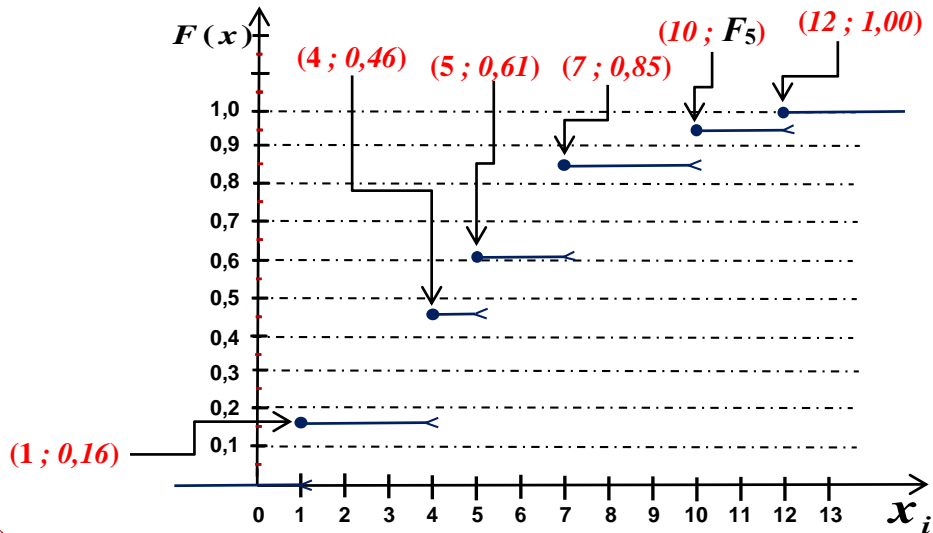
Exercice n°2 (10 pts) : On a effectué avec les élèves d'un lycée un sondage sur le temps de trajet pour se rendre au lycée (exprimé en minutes). Les résultats sont donnés ci-dessous :

Temps de trajet	Effectifs n_i
$[0, 10[$	12
$[10, 30[$	20
$[30, 50[$	07
$[50, 60[$	11

- 1- Déterminez la population et la variable étudiée, la nature et les modalités de la variable. **(1 pts)**
- 2- Dessiner l'histogramme de la distribution (on prend $a^* = 1000$). **(2,25 pts)**
- 3- Représenter graphiquement le mode M_0 de cette série statistique. **(1,25 pts)**
- 4- Dessiner le polygone des fréquences. **(1,25 pts)**
- 5- Représenter la courbe cumulative de la série statistique. **(2,25 pts)**
- 6- Donner une valeur approchée de la valeur de la variable notée (D) dont l'image par la fonction de répartition est égale à 0,6.
 Qu'elle rôle joue cette valeur. **(2 pts)**

Remarque : Les calculs se feront 2 chiffres après la virgule avec arrondissement.

Solution de l'exercice n°1 :



1- (1,5 pts)

La population est : Les ouvriers de l'usine (0,25 pts)

La variable étudiée : $X =$ « le nombre d'absences au travail pour l'année 2022 ». (0,25 pts)

La nature de la variable est : Quantitative discrète avec l'ensemble des modalités. (0,5 pts)

$$M = \{1, 4, 5, 7, 10, 12\} \text{ (0,5 pts)}$$

2- La fonction de répartition est : (2 pts)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_1 \\ F_i & \text{si } x_i \leq x < x_{i+1} \\ 1 & \text{si } x_r \leq x \end{cases} \quad (0,25 \text{ pts})$$

$$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ 0,16 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ 0,46 & \text{si } 4 \leq x < 5 \\ 0,61 & \text{si } 5 \leq x < 7 \\ 0,85 & \text{si } 7 \leq x < 10 \\ F_5 & \text{si } 10 \leq x < 12 \\ 1 & \text{si } x \geq 12 \end{cases} \quad (0,25 \times 7 = 1,75 \text{ pts})$$

(Remarque : La note de cette dernière formule diminue en cas d'une formule incomplète d'une note forfaitaire $NF = 0,25$ pour chaque omission).

3- Le tableau statistique des fréquences en fonction de F_5 : (1,5 pts)

x_i	F_i	f_i
1	0,16	0,16
4	0,46	0,30
5	0,61	0,15
7	0,85	0,24
10	F_5	$f_5 = F_5 - 0,85$
12	1,00	$f_6 = 1 - F_5$
Total		1,00

(0,25 × 6 = 1,5 pts)

- 4- Sachant que la moyenne $\bar{x} = 5,39$ calculez la fréquence cumulée croissante F_5 , et déduire les valeurs des fréquences f_5 et f_6 . (2 pts)

x_i	F_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i$	$f_i x_i$	f_i
1	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
4	0,46	0,30	1,20	1,20	1,20	0,30
5	0,61	0,15	0,75	0,75	0,75	0,15
7	0,85	0,24	1,68	1,68	1,68	0,24
10	F_5	$f_5 = F_5 - 0,85$	$10 \times (F_5 - 0,85)$	$10F_5 - 8,5$	1,00	$f_5 = 0,10$
12	1,00	$f_6 = 1 - F_5$	$12 \times (1 - F_5)$	$12 - 12F_5$	0,60	$f_6 = 0,05$
Total		1,00	5,39	$5,39 = 7,29 - 2F_5$	5,39	1,00

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{i=6} \frac{n_i x_i}{N} = \sum_{i=1}^{i=6} f_i x_i = 5,39 = 7,29 - 2F_5 \Rightarrow F_5 = \frac{7,29 - 5,39}{2} = \frac{1,90}{2} = 0,95 \quad \text{(0,5 pts)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_5 = F_5 - 0,85 = 0,95 - 0,85 = 0,10 \\ f_6 = 1 - F_5 = 1 - 0,95 = 0,05 \end{cases} \quad \text{(0,25 + 0,25 pts)}$$

- 5- Donnez la valeur du mode de cette série statistique. Expliquez ? (0,5 + 0,5 pts)

La valeur du mode de cette série statistique est $Mo = x_2 = 4$ car $f_2 = 0,30$ est la fréquence la plus élevée.

- 6- La proportion en pourcentage (%) des ouvriers qui ont un nombre d'absences au plus égale à 7 correspond à : La fréquence cumulée croissante d'ordre 4 ($x_4 = 7$), c'est-à-dire :

$$F_4 = f_{4c} = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 0,16 + 0,30 + 0,15 + 0,24 = 0,85 \text{ donc } 85\%. \quad \text{(1 pts)}$$

- 7- Si on note F par la fonction de répartition de la variable X donner les valeurs de $F(1)$ et $F(5)$. (1 pts)

On a :

$$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ 0,16 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ 0,46 & \text{si } 4 \leq x < 5 \\ 0,61 & \text{si } 5 \leq x < 7 \\ 0,85 & \text{si } 7 \leq x < 10 \\ 0,95 & \text{si } 10 \leq x < 12 \\ 1 & \text{si } x \geq 12 \end{cases} \Rightarrow F(1) = 0,16 \text{ et } F(5) = 0,61 \quad \text{(0,5 + 0,5 pts)}$$

Solution de l'exercice n°2 :

1- La population est : Les élèves du lycée. **(0,25 pts)**

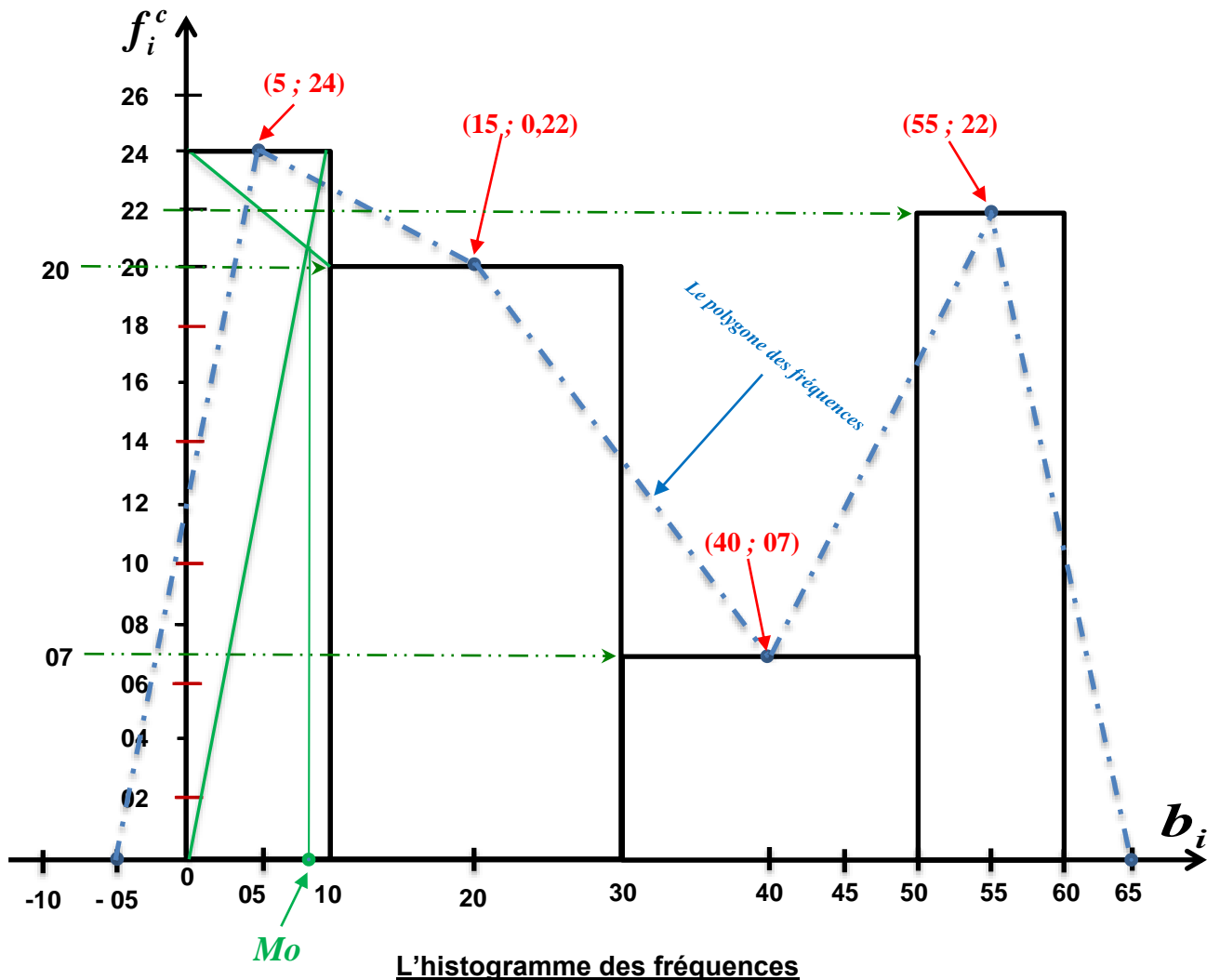
La variable étudiée : $X =$ « le temps de trajet pour se rendre au lycée ». **(0,25 pts)**

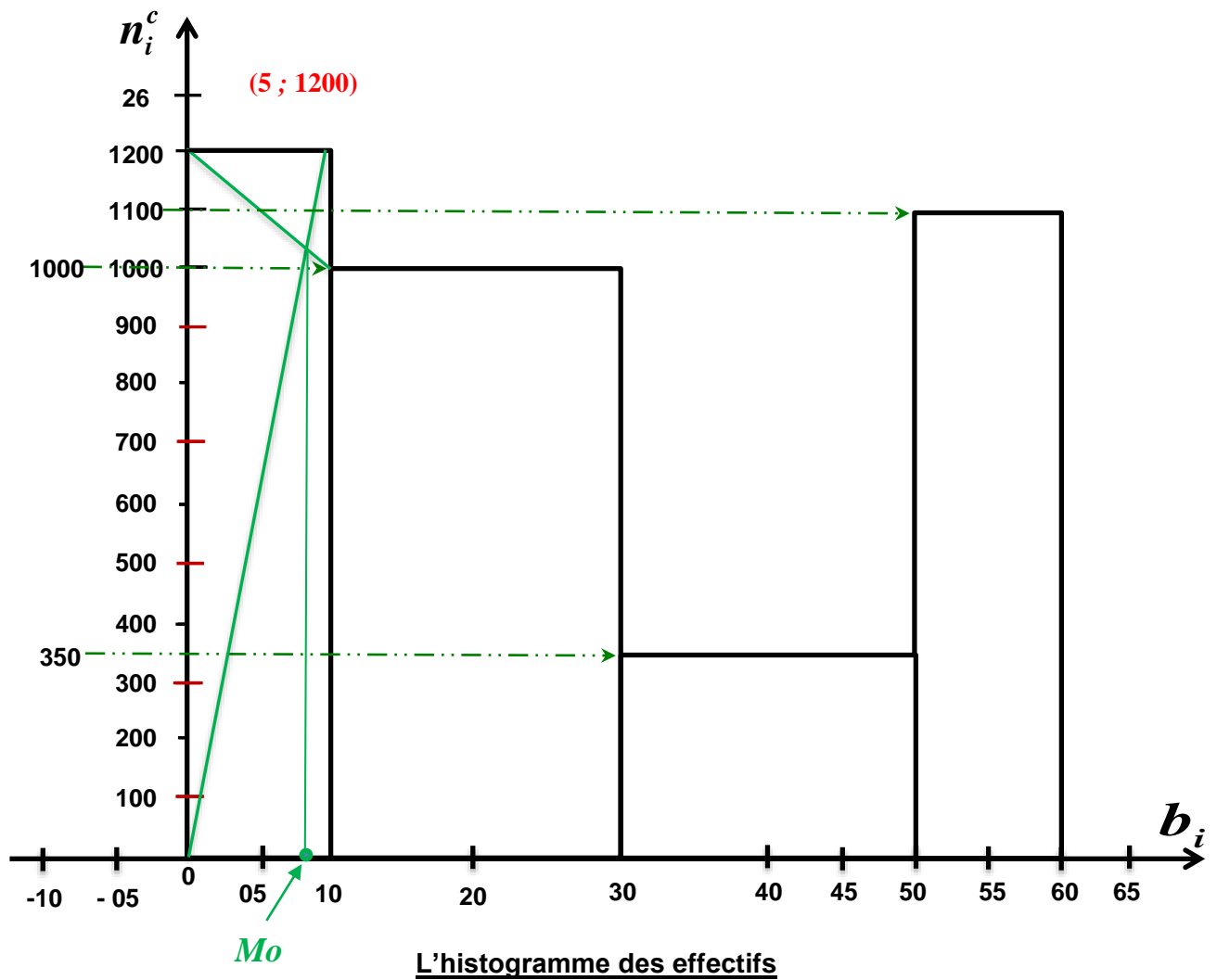
La nature de la variable est : Quantitative continue avec l'ensemble des modalités est : **(0,25 pts)**

$M = [50, 60[$ **(0,25 pts)**

2- L'histogramme de la distribution (on prend $a^* = 1000$). **(2,25 pts)** (0,5 pts) \rightarrow (0,25 pts)

Classes	n_i	a_i	f_i	$d_i = n_i/a_i$	$n_i^c = d_i \times a^*$	$f_i^c = n_i^c/N$	F_i
$[0, 10[$	12	10	0,24	1,20	1200	24	0,24
$[10, 30[$	20	20	0,40	1,00	1000	20	0,64
$[30, 50[$	07	20	0,14	0,35	350	07	0,78
$[50, 60[$	11	10	0,22	1,10	1100	22	1,00
Total	50		1,00				





(Remarque) : - La note du dessin de l'histogramme (des effectifs ou des fréquences) est **(1,5 pts)**, et elle diminue en cas d'un histogramme incomplet d'une note forfaitaire $NF = 0,25$ pour chaque omission).

- 3- Représentation graphique du mode M_0 (voir l'histogramme des effectifs ou des fréquences). **(1,25 pts)**
- 4- Le polygone des fréquences (voir l'histogramme des fréquences). **(1,25 pts)**

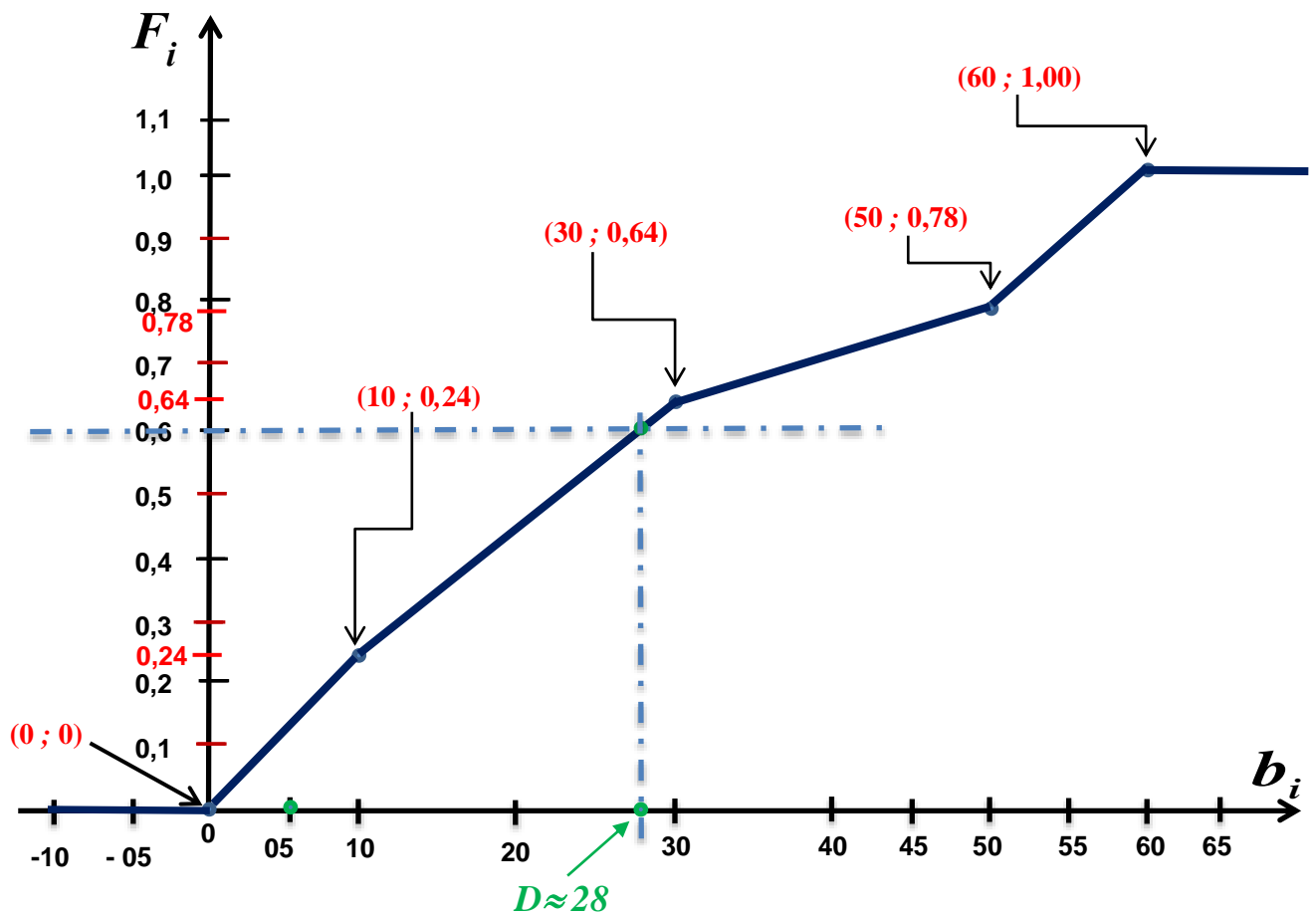
5- Représenter la courbe cumulative de la série statistique. (2,25 pts) (1pts)

Classes	n_i	f_i	F_i
[0 , 10 [12	0,24	0,24
[10 , 30 [20	0,40	0,64
[30 , 50 [07	0,14	0,78
[50 , 60 [11	0,22	1,00
Total	50	1,00	

Calcul des points (b_i, F_i) avec $F_0 = 0$:

$(b_0; F_0) = (0; 0)$; $(b_1; F_1) = (10; 0,24)$; $(b_2; F_2) = (30; 0,64)$; $(b_3; F_3) = (50; 0,78)$;
 $(b_4; F_4) = (60; 1,00)$.

Donc la courbe cumulative est :



(Remarque) : - La note de la courbe cumulative est (1,25 pts), et elle diminue en cas d'une courbe incomplète d'une note forfaitaire $NF = 0,25$ pour chaque omission.

6- La valeur approchée de la valeur de la variable notée (D) dont l'image par la fonction de répartition est égale à 0,6 est $D \approx 28 \in [27, 29]$. (1 pts)

Son rôle : Dand un ordre croissant des valeurs de la variable D partage la population en 2 parties d'effectifs avec 60 % avant D et 40 % après D . (1 pts)