ENPO MA
Département de Génie Civil

Cours de topographie

Mesures indirects

AYED Kada

Mesures indirectes

Une distance est indirecte lorsqu'elle est déterminée sans avoir à la parcourir avec un étalon. Elle résout le problème de mesurage sans déplacement de l'opérateur. C'est un procédé beaucoup plus rapide pour les grandes distances et il a surtout l'avantage de permettre des mesures en terrains accidentés ou impossible.

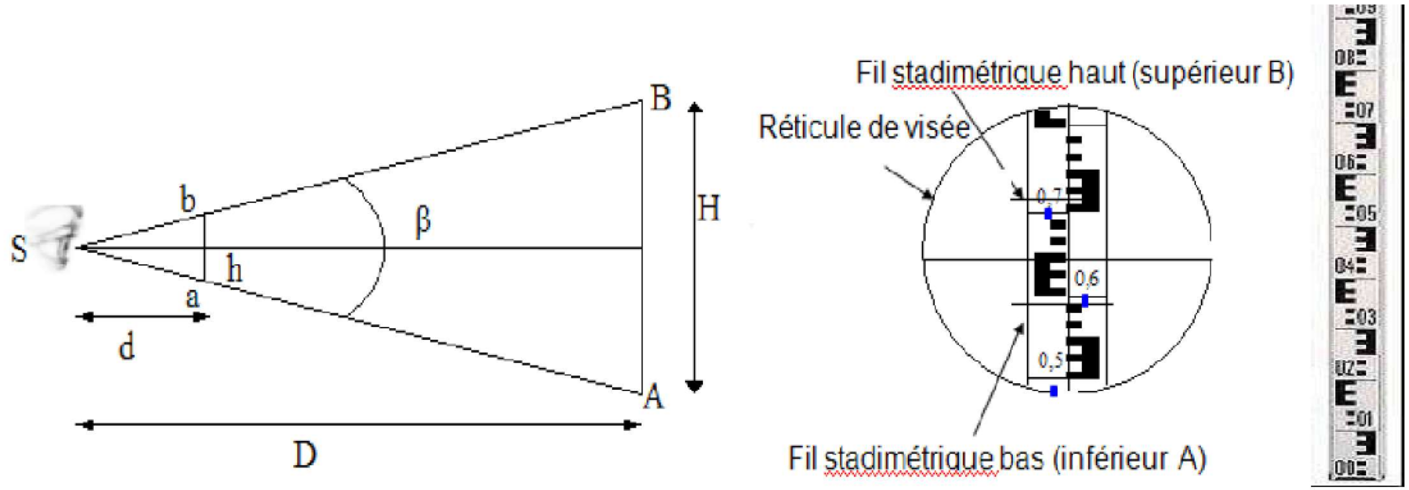
Les mesures s'effectuent soit avec des **mesures stadimétriques, parallactiques** ou **électroniques.**

Mesures stadimétriques

Elle permet la mesure indirecte d'une distance horizontale en lisant la longueur interceptée sur une mire par les fils stadimétriques du réticule de visée.

A angle constant

A une extrémité de la longueur horizontale à mesurer D, un opérateur se palce à la station S (exemple un théodolite)



Principe de mesure par stadimétrie.

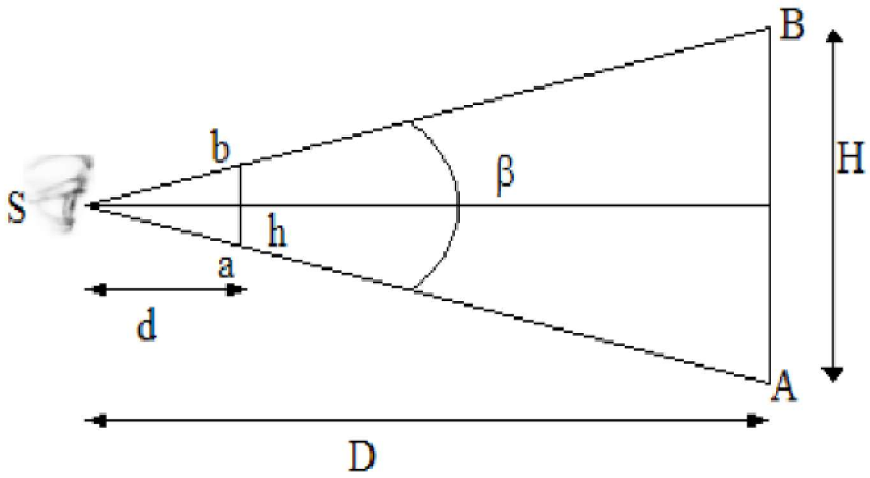
A l'autre extrémité A est placée une mire AB, perpendiculaire à D et de longueur H. Soit un segment de droite ab, de longueur h, parallèle à AB, interposé entre les rayons SA et SB, à une distance d de S.

Appelons β l'angle ASB. Les triangles ASB et aSb sont semblables, d'où avec la valeur de d constante pour tous les stadimétres :

$$\frac{D}{d} = \frac{H}{h}$$

d'où $D = \frac{d}{h} H$

avec $\frac{d}{h} = \frac{1}{2tg\frac{\beta}{2}}$



La valeur de l'angle $\boldsymbol{\beta}$ **(rad)** étant petite, d'où **:**

$$\frac{1}{2tg\frac{\beta}{2}} = \frac{1}{tg\beta} = K$$

K peut prendre les valeurs de 50, 100 ou 200.

$K = 100$ est le rapport le plus utilisé : à 1cm sur la mire correspond une distance de 1m. La mire peut être divisée en cm ou en double centimètre, elle est dite " parlante ".

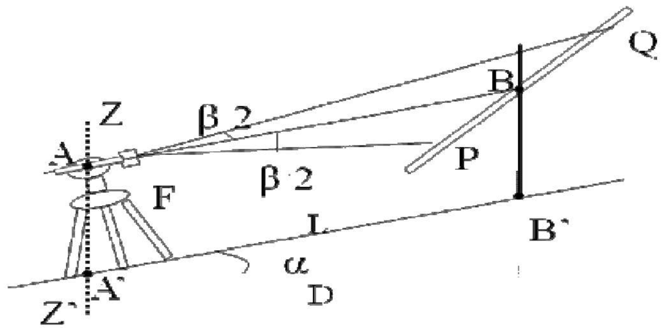
Conclusion:
L'écartement des traits stadimétriques est H=AB,
La mesure de la distances est égale à D=K. AB= K.H

En terrain incliné

Dans la plupart des cas, la visée principale est inclinée, son angle avec la mire principale n'est alors plus un angle droit. Par contre, le réticule reste toujours perpendiculaire à cette visée. Le faisceau stadimétrique intercepte sur la mire un segment trop long et la lecture faite est trop forte. Plusieurs positions de mire sont à exposer dans ce qui suit.

Mire horizontale

La mire peut être placée horizontalement sur un support à a même hauteur que l'axe de tourillons de l'appareil perpendiculairement à la visée. La distance lue dans l'apparareil est la distance suivant la pente P,
Donc D est égale à

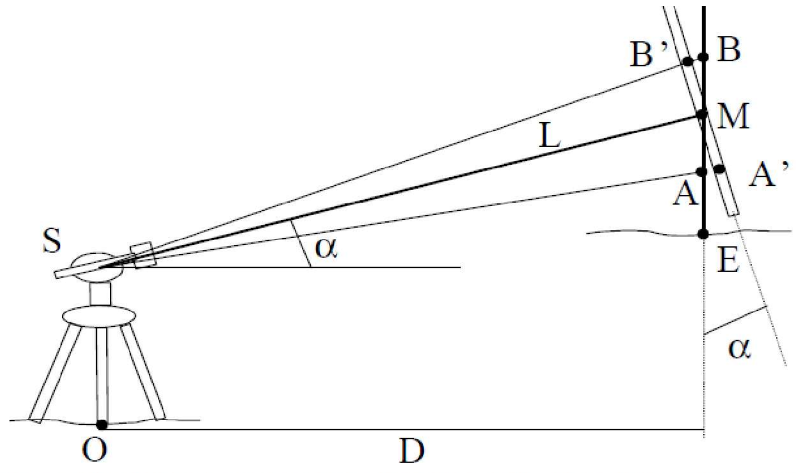


Mesures stadimétriques en terrain incliné avec utilisation d'une mire horizontale.

$$D = L.Cos\alpha$$

Mire verticale

Les rayons SA et SB interceptent sur la mire un segment H trop long. La longueur interceptée est correcte si la mire est bien perpendiculaire en M à la visée médiane.



Mesures stadimétriques en terrain incliné avec utilisation d'une mire verticale.

Réductions à opérer : SA et SB sont pratiquement parallèles (β leur angle est couramment de 0,01 rad soit 0,64 gr). Il vient que l'angle **AMA'** est égal à l'angle **BMB'** et vaut α D'où :

$$A'M = AM.Cos\alpha \,,\; MB' = MB.Cos\alpha$$

$$A'B' = AB.Cos\alpha \text{ ou } H' = H.Cos\alpha$$

Avec : $H' = A'B'$ et $H = AB$

En appliquant le principe de la stadimétrie :

$$L = KH' = KH.Cos\alpha$$

la distance horizontale sera :

$$D = L.Cos\alpha = KH.Cos^2\alpha$$

Exemple

Les lectures interceptées sur la mire sont : $L_A = 1{,}855m$, $L_B = 1{,}405m$

α = 10 gr, $L_A = 1{,}855m$ $K = 100$

D'où la valeur de la distance D qui vaut :

$$D = 100.(1{,}855 - 1{,}405).Cos^2 10 = 43{,}90m.$$

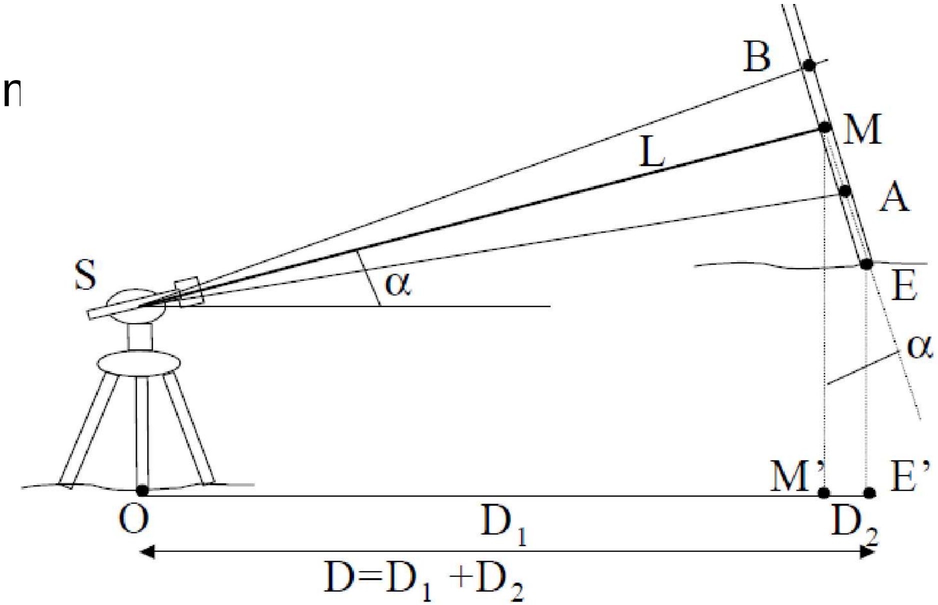
Mire perpendiculaire à la visée principale

Le principe de la stadimétrie s'applique parfaitement. On mesure le site de la visée : α , la hauteur de mire EM et on lit $AB = H$ sur la mire.

Visée ascendante: la distance OE horizon
D, voir fig. suivante, est égale à
D= D1+D2

$$D_1 = L.Cos\alpha \text{ et } D_2 = EM.Sin\alpha$$

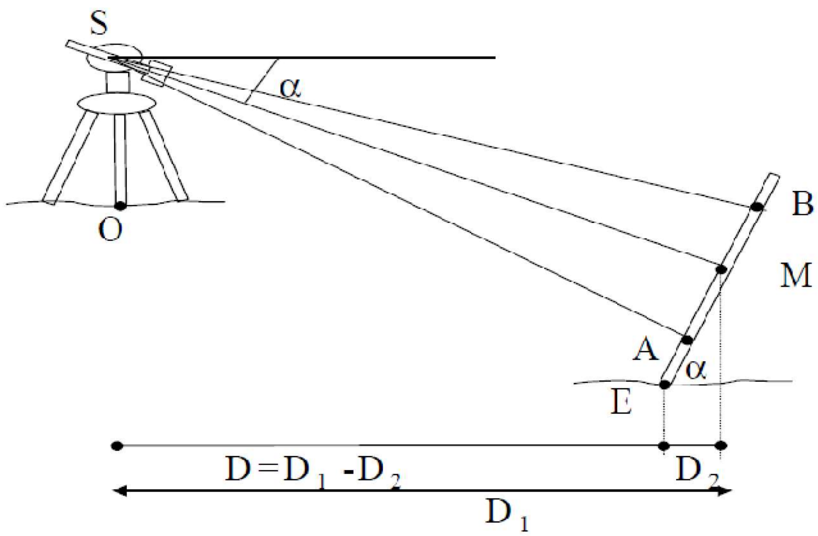
$$D = L.Cos\alpha + EM.Sin\alpha$$



Mire perpendiculaire à la visée principale **(Visée ascendante).**

Visée descendante: la distance OE horizontale D suivante la figure ci-dessous, D= D1-D2

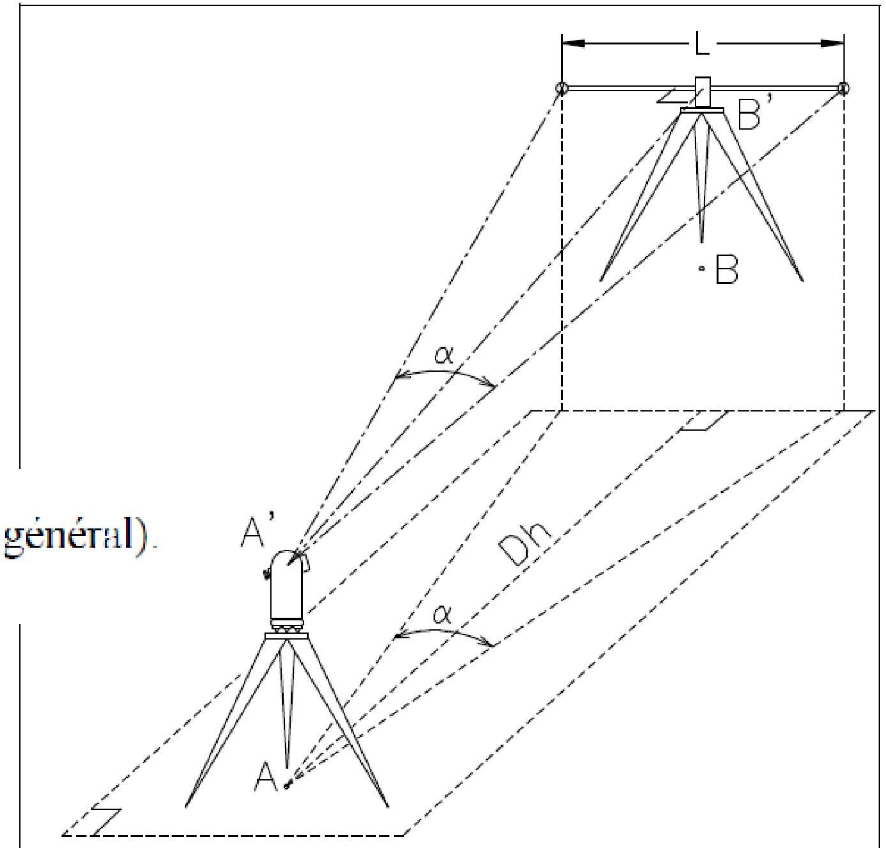
$$D = L.Cos\alpha - EM.Sin\alpha$$



Mire perpendiculaire à la visée principale **(Visée descendante).**

Mesure avec une stadia

L'opérateur dispose en A un théodolite (ou un cercle d'alignement) et en B une stadia horizontale perpendiculaire à la distance à mesurer AB.



$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{L}{2Dh} \Rightarrow \boxed{Dh = \cot\frac{\alpha}{2}}$$ avec $L = 2$ m (cas général).

Le théodolite optique

Un **théodolite** est un appareil permettant de mesurer des **angles horizontaux** (angles projetés dans un plan horizontal) **et des angles verticaux** (angles projetés dans un plan vertical).

Terminologie

Un **goniomètre** permet de mesurer des angles horizontaux (appelés aussi angles azimutaux) ou verticaux.

Un **cercle** permet la mesure d'angles horizontaux uniquement.

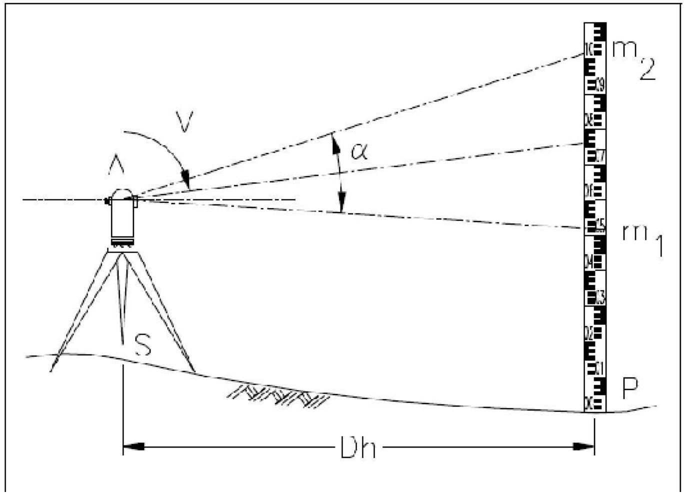
L'**éclimètre** mesure des angles verticaux uniquement.

Le **clisimètre** permet la mesure directe de pentes avec une précision de 0,5 %.

Le **tachéomètre** est un théodolite couplé à un système de mesure de distances (du grec *tachéo*, qui signifie rapide). On distingue :

Mesure stadimétrique

La stadimétrie est une méthode moins précise que les précédentes. Elle permet la mesure indirecte d'une distance horizontale en lisant la longueur interceptée sur une mire par les fils stadimétriques du réticule de visée.



Le point A, centre optique d'un théodolite, est situé à la verticale du point stationné en S ; l'opérateur vise une mire posée en P et effectue la lecture interceptée par chaque fil sur la mire soit m_1 et m_2.

La distance horizontale Dh égale à: $\boxed{Dh = \frac{m_2 - m_1}{2\tan\frac{\alpha}{2}} \sin^2 V}$

Si la visée est horizontale (V=100gr), Dh égale à: $\boxed{Dh = \frac{m_2 - m_1}{2\tan\frac{\alpha}{2}}}$

Si l'angle α est constant dans l'appareil utilisé, on a : $Dh = K\,(m_2 - m_1)\ \sin^2 V.$

La constante $K = \dfrac{1}{2\tan(\alpha/2)}$ est appelée **constante stadimétrique**.

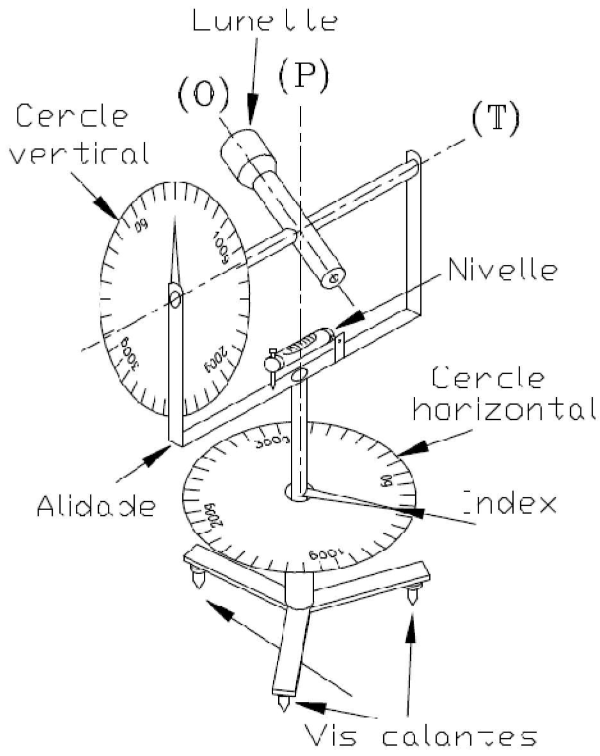
Elle vaux 100 ⇒ $\boxed{Dh = 100(m_2 - m_1)\sin^2 \mathrm{V}}$.

Pour V=100gr ⇒ $\boxed{Dh = 100(m_2 - m_1)}$.

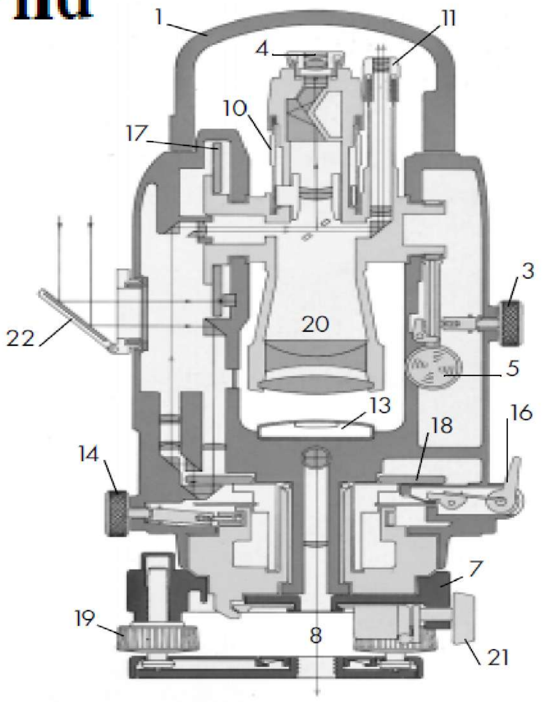
Principe de fonctionnement

le schéma de principe du fonctionnement d'un théodolite.

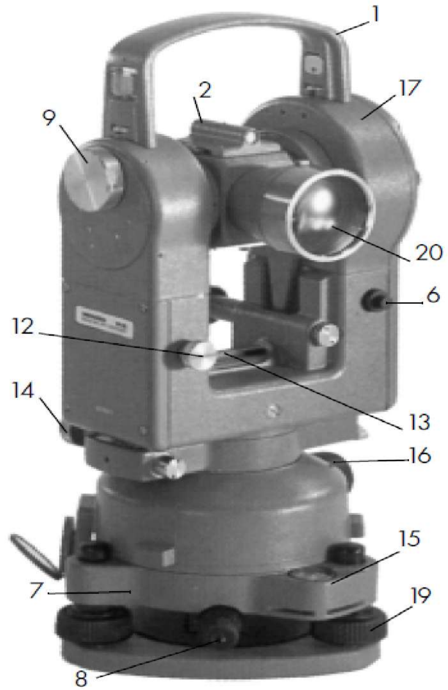
- (P) : **axe principal**, il doit être vertical après la mise en station du théodolite et doit passer par le centre de la graduation horizontale (et le point stationné).
- (T) : **axe secondaire** (ou **axe des tourillons**), il est perpendiculaire à (P) et doit passer au centre de la graduation verticale.
- (O) : **axe optique** (ou **axe de visée**), il doit toujours être perpendiculaire à (T), les trois axes (P), (T) et (O) devant être concourants.
- L'**alidade** : c'est un ensemble mobile autour de l'axe principal (P) comprenant le cercle vertical, la lunette, la nivelle torique d'alidade et les dispositifs de lecture (symbolisés ici par des index).
- Le **cercle vertical** (graduation verticale). Il est solidaire de la lunette et pivote autour de l'axe des tourillons (T).
- Le **cercle horizontal** ou **limbe**(graduation horizontale). Il est le plus souvent fixe par rapport à l'embase mais il peut être solidarisé à l'alidade par un système d'embrayage (T16) : on parle alors de **mouvement général** de l'alidade et du cercle autour de (P) ; c'est le mouvement utilisé lors du positionnement du zéro du cercle sur un point donné. Lorsqu'il est fixe par rapport au socle, on parle de **mouvement particulier** : c'est le mouvement utilisé lors des lectures angulaires. Sur le T2, un système de vis sans fin permet d'entraîner le cercle et de positionner son zéro.



théodolites Wild



T16 (coupe)



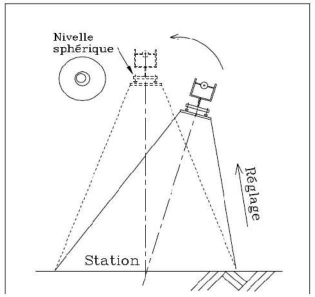
T2 vue extérieure

Légende

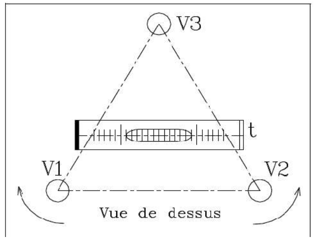
1.	Poignée amovible	12.	Commutateur de lecture Hz-V
2.	Viseur d'approche	13.	Nivelle d'alidade
3.	Vis de blocage de la lunette	14.	Vis d'alidade de fin pointé
4.	Oculaire de la lunette	15.	Nivelle sphérique
5.	Vis de fin pointé	16.	Débrayage du limbe (T16)
6.	Contrôle d'automatisme	17.	Cercle vertical
7.	Embase amovible	18.	Cercle horizontal
8.	Plomb optique	19.	Vis calantes
9.	Micromètre optique	20.	Objectif
10.	Bague de mise au point	21.	Blocage de l'embase
11.	Microscope de lecture	22.	Éclairage des cercles

Mise en station d'un théodolite et la lecture

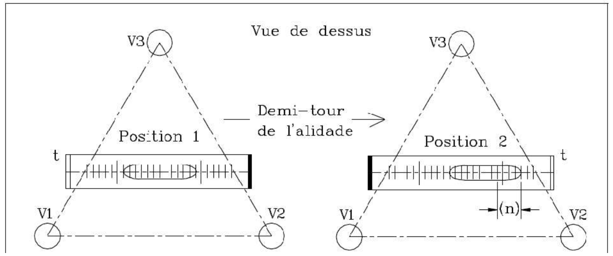
1er calage par rapport à la bulle circulaire (plateau horizontal)



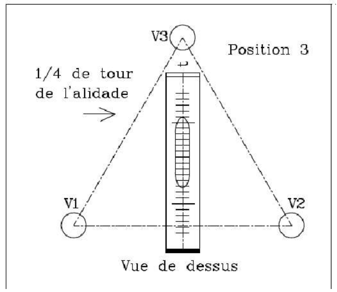
2em réglage par rapport à une ligne qui passe par V1 et V2 selon la direction de la bulle torique (ligne horizontal), toujours on réglé avec les deux vises au même temps.



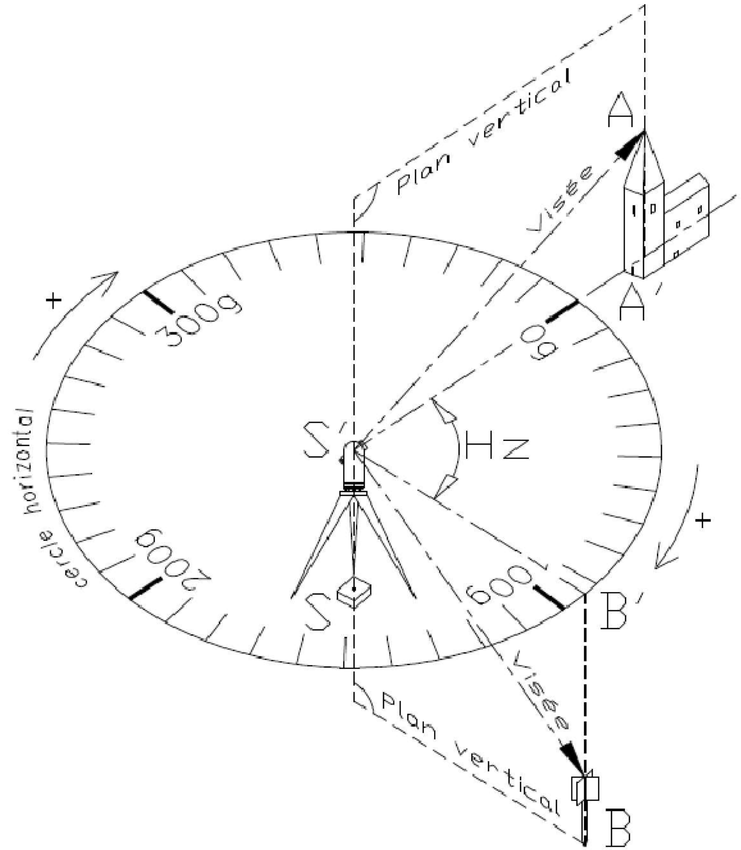
3em réglage (**demi tour de l'alidade , 200gr**) par rapport à une ligne qui passe par V1 et V2 (ligne horizontal) en position 1 bien réglée en position 2 inclinée vers V2.



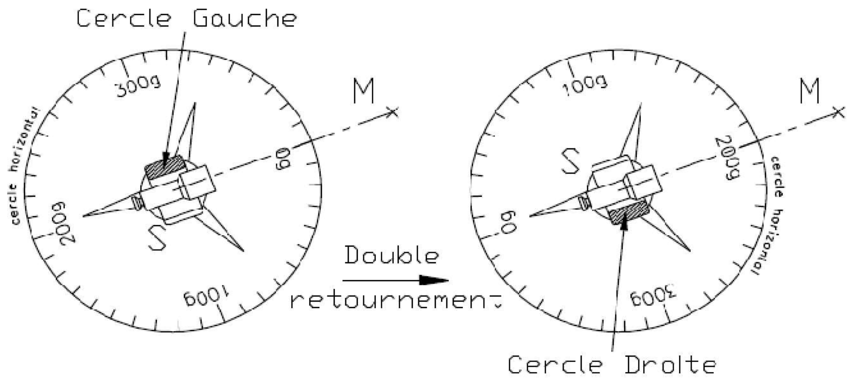
4em réglage par la vise 3 par rapport à un plan qui passe par V1, V2 et V3 (plan horizontal) ¼ de tour, 100gr.



Angles horizontaux
Cercle horizontal



Le double retournement



Pratiquement, on effectue :

- une lecture en **cercle gauche** (cercle vertical de l'appareil à gauche de l'opérateur, plus généralement en **position de référence**) ;
- un double retournement ;
- une nouvelle lecture du même angle en cercle droite (cercle vertical à droite).

Si l'on appelle Hz_{CG} la valeur lue en cercle gauche, et Hz_{CD} celle lue en cercle droit, on doit observer :

$$Hz_{CD} \approx Hz_{CG} + 200$$

En effet, le double retournement décale le zéro de la graduation de 200 gon ceci permet un contrôle simple et immédiat des lectures sur le terrain.

L'angle horizontal *Hz* mesuré vaut alors :

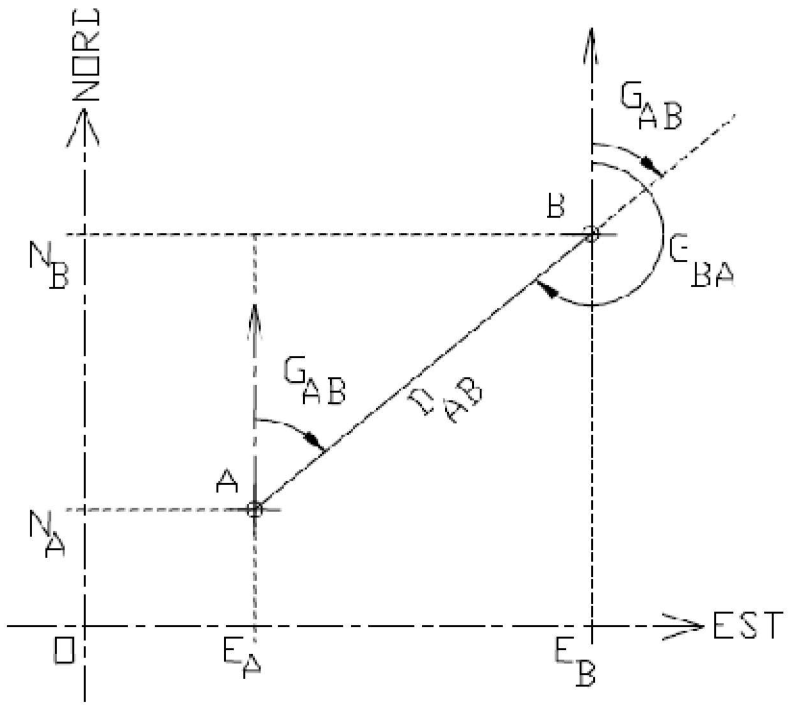
$$Hz = \frac{Hz_{CG} + (Hz_{CD} - 200)}{2} \qquad \text{si } Hz_{CD} > 200 \text{ gon}$$

$$Hz = \frac{Hz_{CG} + (Hz_{CD} - 200 + 400)}{2} = \frac{Hz_{CG} + (Hz_{CD} + 200)}{2} \qquad \text{si } Hz_{CD} < 200 \text{ gon}$$

CALCUL DE GISEMENT

Le gisement d'une direction AB est **l'angle horizontal** mesuré positivement dans le sens horaire entre l'axe des ordonnées du système de projection utilisé et cette direction AB

On le note G_{AB} (ou aussi V_{AB}).



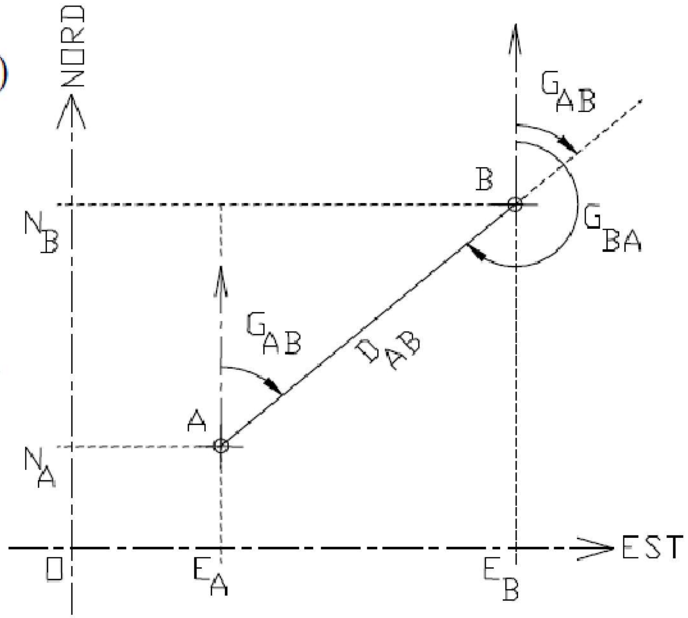
Mathématiquement, c'est l'angle positif en sens horaire entre l'axe des ordonnée du repère et le vecteur AB, il est compris entre 0 et 400gr,

G_{BA} est l'angle entre le Nord et la direction BA.

La relation qui lie G_{AB} et G_{BA} est : $\boxed{G_{BA} = G_{AB} + 200}$

Calcule du gisement a partir des coordonnées cartésiennes:

Considérons les coordonnées de deux points $A(E_A, N_A)$ et $B(E_B, N_B)$



La relation suivante permet de calculer G_{AB} : $\tan G_{AB} = \dfrac{E_B - E_A}{N_B - N_A}$

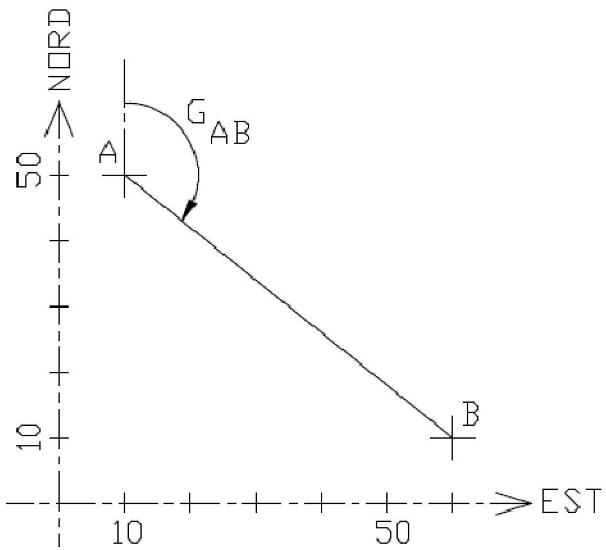
Application: calculer a partir de la formule ci-dessus le gisement dans la direction AB.

A (10 ; 50) et B (60 ; 10)

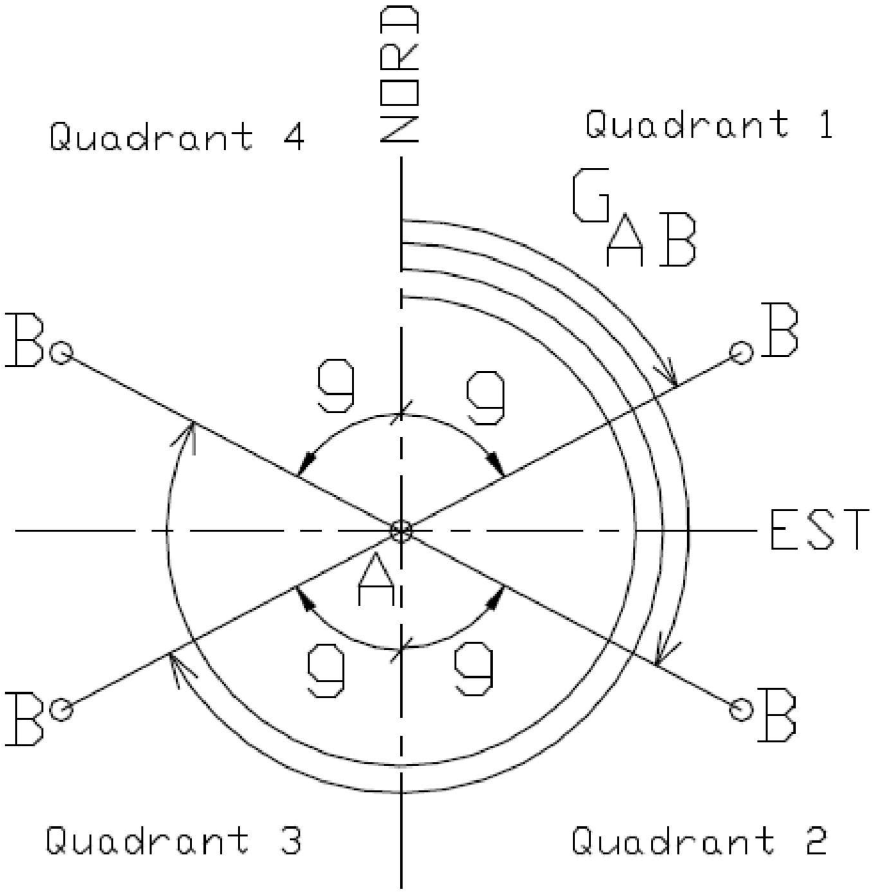
$\Delta E = E_B - E_A = +50$

$\Delta N = N_B - N_A = -40$

$G_{AB} = \tan^{-1}(50/-40) = -57{,}045$ gon



On observe que dans ce schéma il y a une incohérence de ce résultat.
L'angle donnée est visiblement pas égal à -57,045gr mais c'est -57,045+400= 342,955gr.
En fait, il y a l'angle auxiliaire, pour obtenir GAB il faut donc tenir compte de la position B par rapport au point A. donc on parle de quaadrants.



- Quadrant 1 : B est à l'est et au nord de A ($\Delta E > 0$ et $\Delta N > 0$).

$$\boldsymbol{G_{AB} = g}$$

- Quadrant 2 : B est à l'est et au sud de A ($\Delta E > 0$ et $\Delta N < 0$).

$$\boldsymbol{G_{AB} = 200 + g} \text{ (avec } g < 0)$$

- Quadrant 3 : B est à l'ouest et au sud de A ($\Delta E < 0$ et $\Delta N < 0$).

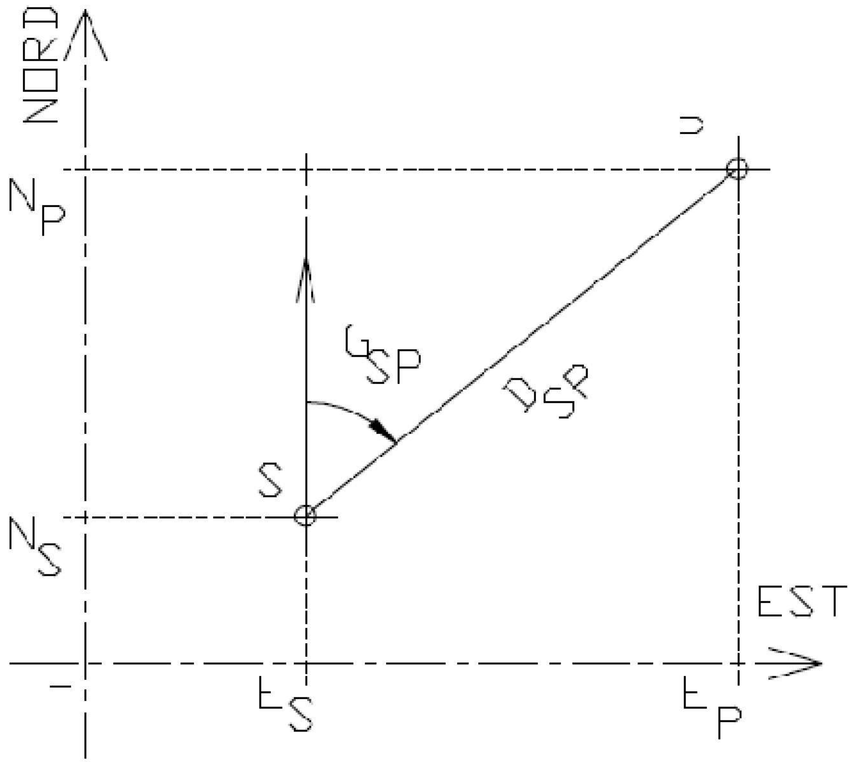
$$\boldsymbol{G_{AB} = 200 + g} \text{ (avec } g > 0)$$

- Quadrant 4 : B à l'ouest et au nord de A ($\Delta E < 0$ et $\Delta N > 0$).

$$\boldsymbol{G_{AB} = 400 + g} \text{ (avec } g < 0)$$

Utilisation du gisement pour calculer les coordonnées

$$\boxed{\begin{aligned} E_P &= E_S + D_{SP} \cdot \sin G_{SP} \\ N_P &= N_S + D_{SP} \cdot \cos G_{SP} \end{aligned}}$$



Exemple

S (680 379,84 ; 210 257,06) est donné en coordonnées Lambert (m), calculez les coordonnées de P tel que : D_{SP} = 45,53 m et G_{SP} = 172,622 gon.

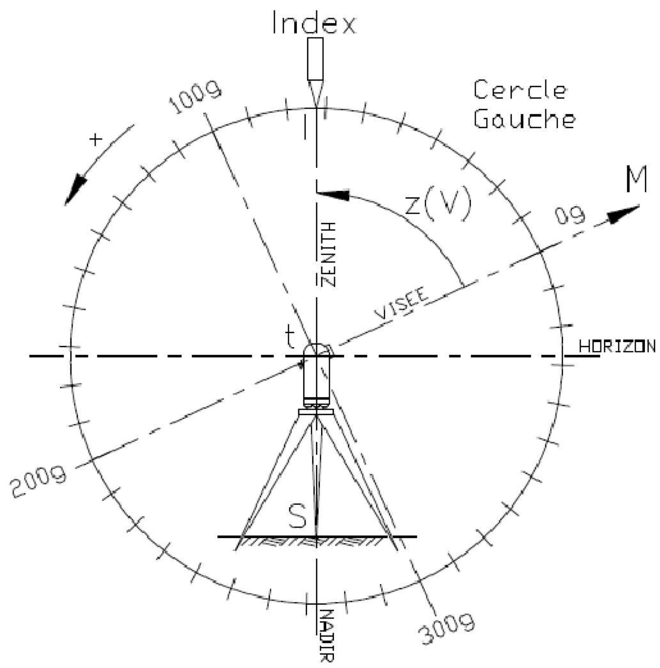
Réponse

P (680 398,82 ; 210 215,68)

ANGLES VERTICAUX

L'angle vertical z noté V est indiqué par le cercle vertical du théodolite en position de référence **cercle gauche**, ce cercle est solidaire avec la lunette.

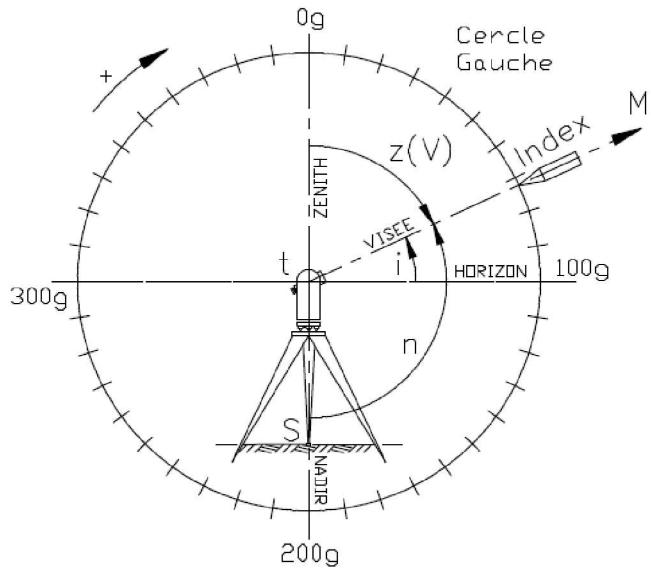
z est appelé l'angle zénithal, c'est un angle projeté dans l'axe vertical de l'appareil,



Lecture de l'angle zénithal z

Ceci permet de faire apparaître plus clairement :

- **l'angle de site *i*** entre l'horizon et la visée ;
- **l'angle nadiral *n*** entre le nadir et la visée.



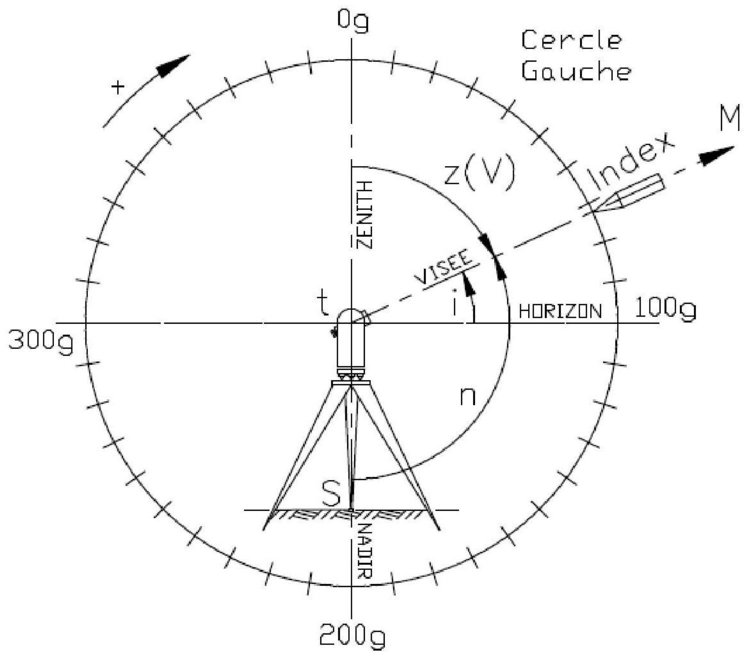
résumé

- *V* tout angle mesuré dans un plan vertical ;
- ***z* angle zénithal** ;
- ***i* angle de site** (par rapport à l'horizon) ;
- ***n* angle nadiral** (par rapport au nadir).

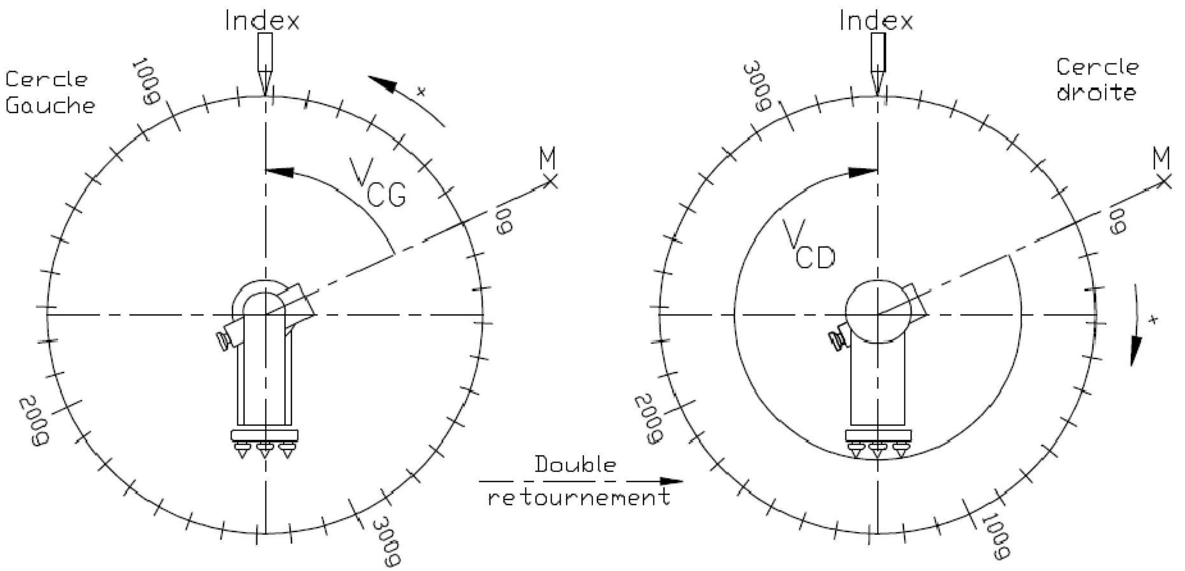
Pour la suite, nous avons préféré la notation ***V* pour les angles zénithaux** car l'angle V mesuré par les appareils modernes est toujours l'angle zénithal z. De plus, cela permet d'éviter la confusion avec les coordonnées notées Z.

Les relations entre ces angles sont : $\boxed{n = 200 - V}$ $\boxed{i = 100 - V}$ $\boxed{100 = n - i}$

L'angle i est compté **positif dans le sens inverse horaire** de manière à obtenir un angle de site positif pour une visée au-dessus de l'horizon et un angle de site négatif pour une visée en dessous de l'horizon.



Double retournement



La relation entre les deux lectures est : $V_{CG} = 400 - V_{CD}$

L'angle final moyen déduit des deux lectures est : $V = \dfrac{V_{CG} + (400 - V_{CD})}{2}$

Remarque

- Si la précision des mesures ne nécessite qu'une lecture, elle sera faite en position de référence de manière à lire directement l'angle V. Dans ce cas, $V - V_{CG}$.
- Sur le terrain, on vérifie en permanence la cohérence de V_{CD} et V_{CG} pour limiter les fautes de lecture.
- On peut augmenter la précision de lecture en effectuant les lectures de l'angle V **sur les trois fils** (stadimétriques S′ et S, niveleur N) : ceci minimise les erreurs de pointés et les risques de faute de lecture.

Exemple de lectures multiples

Fils CG / CD	CG (gon)	CD (gon)	Angle V moyen : [CG + (400–CD)]/2
S′/S	92,1628	306,7532	*92,7048*
N/N	92,4800	307,0711	*92,7045*
S/S′	92,7973	307,3903	*92,7035*
Moyenne : *(S′+S)/2*	*92,4801*	*307,0718*	
S – S′	*0,6345*	*0,6371*	*92,7043*