

# Chapitre IV

## Validation de l'outil de calcul

### 4.1 Introduction

La prédiction numérique des écoulements et du transfert de chaleur, communément connue sous le nom de *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*), devient de plus en plus acceptable dans le monde de l'engineering comme moyen d'aide à l'optimisation et au contrôle des écoulements. Cela est bien sûr dû au grand essor de l'informatique mais surtout au développement spectaculaire des méthodes numériques et de la maîtrise des erreurs introduites par cette technique.

En effet, les erreurs des prédictions numériques peuvent être classées en trois grands groupes comme l'a présenté avec détail Jasak (1998) dans ces travaux.

- Erreur due au modèle mathématique, définie comme la différence entre la physique de l'écoulement et la solution exacte du modèle mathématique censé la décrire. Ce type d'erreur n'apparaît donc pas dans le cas où l'écoulement est laminaire. Les équations de Navier-Stokes lui sont suffisantes. Dans le cas d'un écoulement turbulent ou réactif, c'est précisément l'introduction du modèle mathématique qui est à la source de ces erreurs.
- Le deuxième groupe d'erreurs est lié aux méthodes numériques utilisées pour la résolution du modèle mathématique qui est formé de plusieurs équations aux dérivées partielles non linéaires et fortement couplées. C'est donc la différence entre la solution exacte du modèle mathématique et la solution du système d'équations algébriques issues de la discrétisation des équations originales. Ce type d'erreur est lié d'un côté aux schémas de discrétisation et d'un autre côté à la discrétisation spatiale et temporelle du domaine de calcul.
- Le système d'équations algébriques obtenu est généralement résolu en utilisant un algorithme itératif. La différence entre la solution exacte du système et la solution convergente de la méthode itérative est considérée comme le troisième type d'erreur. Évidemment cette erreur est maîtrisée par un critère de convergence établi par l'utilisateur en fonction de la précision désirée.

Il est clair maintenant que les deux premiers groupes d'erreur nécessitent une calibration assez précise avant acceptation d'une solution numérique. La validation de l'outil de calcul sera donc faite dans ce chapitre en deux étapes : La première vérifie les erreurs liées à la manière de discrétiser le domaine de calcul et les schémas de convection adoptés et la seconde contrôle les performances des modèles de turbulence utilisés.

## 4.2 Erreurs de discrétisations

### 4.2.1 Etude de la qualité du maillage

La version originale du code utilisé dans cette étude, comporte comme beaucoup d'autres codes des expressions de schémas de convection formulées pour un maillage uniforme. Ainsi, le but de cette étude est de montrer que les schémas *QUICK* de Leonard (1979), et *HLLA* de Zhu (1991), tels qu'ils sont implementés dans *FAST3D*, présentent des niveaux de précision dépendant de la nature du maillage utilisé (uniforme ou non uniforme).

Le cas-test sélectionné est le '*2-d lid-driven cavity, laminar*'. Cette configuration est très documentée et a été déjà utilisée pour développer des schémas numériques à haute précision (Shreiber and Keller, 1983 ; Huang et al. 1985 ; Theodoridis, 1993). Nous avons utilisé trois grilles uniformes ayant  $(22 \times 22)$ ,  $(42 \times 42)$  et  $(82 \times 82)$  nœuds, qu'on a noté *Grid1U*, *Grid2U* et *Grid3U* respectivement. Trois autres grilles de même taille mais non uniformes, notées *Grid1NU*, *Grid2NU* et *Grid3NU* sont générées en raffinant le maillage à partir du centre de la cavité vers les parois par un coefficient 1,2. Les coefficients de relaxation utilisés sont de 0.8 pour les équations de quantité de mouvement et de 0.3 pour la correction de la pression.

### Maillage Uniforme

Sur la figure (IV-1), est représenté un schéma du cas-test étudié avec ses conditions aux limites et son système de coordonnées. La grille de calcul *Grid2NU* est représentée sur la figure (IV-2).

Pour ce premier test, 12 cas ont été calculés correspondants aux quatre schémas du *FAST3D* et les trois grilles (*Grid1U*, *Grid2U* et *Grid3U*). Les figures (IV-3), (IV-4), (IV-5) et (IV-6) représentent la distribution de la composante vitesse  $U$  à la position  $x/D = 0.5$  comparée aux mesures expérimentales de Schreiber et Keller (1983) pour les quatre schémas disponibles que sont *HYBRID* de Spalding (1972), *QUICK* de Leonard (1979), *SOUCUP* de Zhu (1991) et *HLLA* de Zhu (1991).

Bien que l'indépendance numérique vis à vis du maillage n'est atteinte pour aucun des schémas utilisés, la supériorité des schémas *QUICK* et *HLPA* (second ordre) est bien évidente. Pour la même densité de grille de calcul les résultats du schéma *QUICK* sont plus proche des mesures expérimentales que ceux obtenus par le schéma *HYBRID*. On note aussi que les calculs effectués avec les schémas *QUICK* et *HLPA* ( $82 \times 82$ ) adhèrent exactement aux mesures expérimentales.

En comparant la figure (IV-6) à la figure (IV-3), il est clair que les prédictions numériques obtenues par le schéma *QUICK* ( $42 \times 42$ ) sont plus proches des mesures expérimentales que ceux obtenus par le schéma *HYBRID* ( $82 \times 82$ ). Ce qui confirme qu'on peut avoir plus de précision avec un schéma de second ordre et un maillage grossier qu'avec un schéma d'ordre 1 et une grille plus dense.

### Maillage Non Uniforme

Les mêmes cas ont été calculés pour un maillage non uniforme. Les figures (IV-7), (IV-8), (IV-9) et (IV-10) représentent la distribution de la composante vitesse  $U$  à la position  $x/D = 0.5$  comparée aux résultats expérimentaux de Schreiber et Keller (1983), pour les mêmes schémas disponibles, à savoir *HYBRID*, *QUICK*, *SOUCUP* et *HLPA*.

Ici l'indépendance numérique de la grille de calcul est atteinte pour tous les schémas à *Grid2NU*. La supériorité des deux schémas *QUICK* et *HLPA* par rapport aux deux autres est toujours vérifiée, mais comparés aux résultats du maillage uniforme une nette détérioration des résultats est sensible. L'examen des figures (IV-7) et (IV-8), indiquent bien que même en utilisant des grilles de calcul denses, les prédictions numériques sont assez éloignées des mesures expérimentales. Les résultats numériques des deux schémas *HLPA* et *QUICK* avec le maillage grossier *Grid1NU* ( $22 \times 22$ ) présentent même une légère supériorité sur ceux du schéma *HYBRID* avec *Grid3NU* ( $82 \times 82$ ), plus spécialement dans la moitié supérieure des courbes. Ces tests confirment la supériorité des schémas de second ordre par rapport à ceux du premier ordre.

Sur la figure (IV-11), sont représentés les résultats obtenus pour le schéma *QUICK* avec les deux grilles *Grid3U* et *Grid3NU*. Les résultats de la grille *Grid3U* Uniforme sont nettement meilleurs que ceux de *Grid3NU*. Les mêmes conclusions sont obtenues de la figure (IV-12) pour le schéma *HLPA*. Alors que les courbes correspondantes à la grille uniforme sont

exactement superposées sur les résultats expérimentaux, ceux de la grille non uniforme présentent des erreurs qui sont plus accentuées pour le schéma *HLPA* que pour le *QUICK*. En conclusion, nous pouvons dire que le schéma *QUICK* (seconde ordre pour un maillage uniforme) implémenté dans *FAST3D*, en se basant sur une formulation de maillage uniforme, devient moins précis pour un maillage non uniforme. La détérioration de la précision est plus accentuée pour le *HLPA* que pour le *QUICK*. Ainsi le *FAST3D* tel qu'il est structuré donne une bonne précision seulement pour un maillage uniforme. Dans le cas où l'utilisation d'un maillage non uniforme serait nécessaire, ce qui est pratiquement toujours le cas, il est fortement conseillé l'usage d'un coefficient de raffinement (*stretching*) très proche de 1.

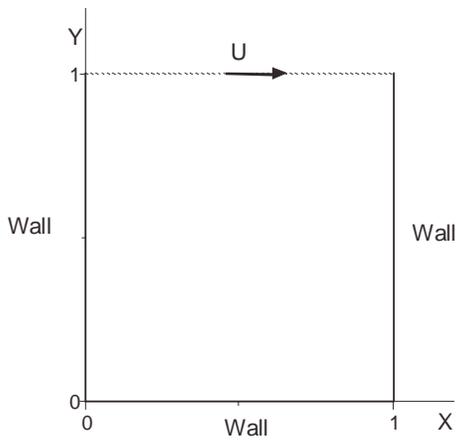


Figure (IV-1) : 2D Lid-driven Cavité

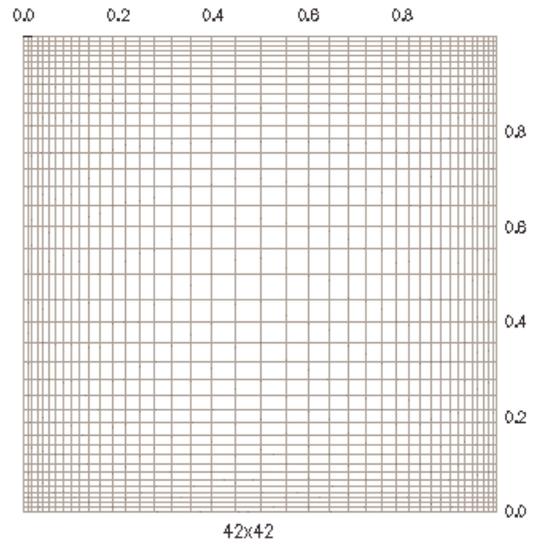


Figure (IV-2) : Grille de calcul non uniforme, Grid2NU

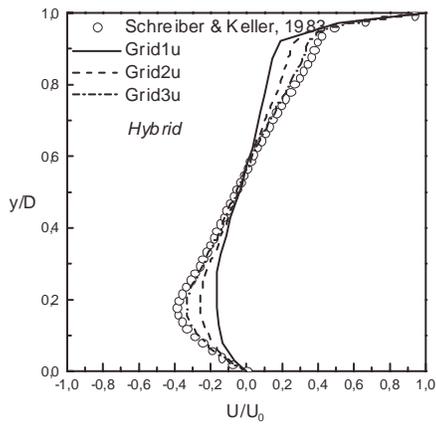


Figure (IV-3) : Schéma Hybrid avec maillage uniforme

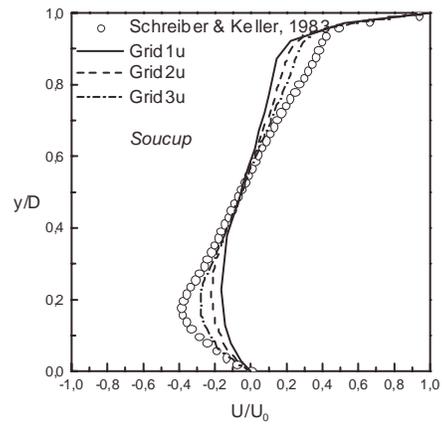


Figure (IV-4) : Schéma Soucup avec maillage uniforme

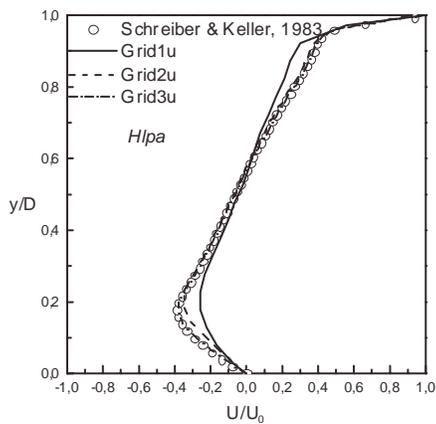


Figure (IV-5) : Schéma Hlpa avec maillage uniforme

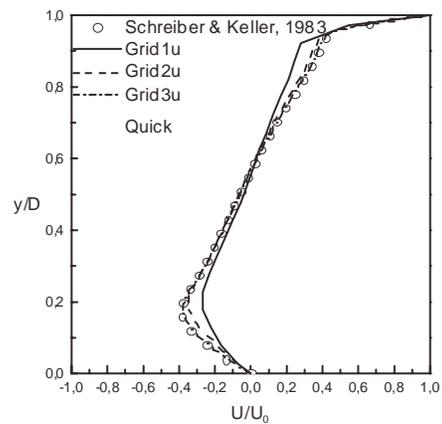


Figure (6 IV-) : Schéma Quick avec maillage uniforme

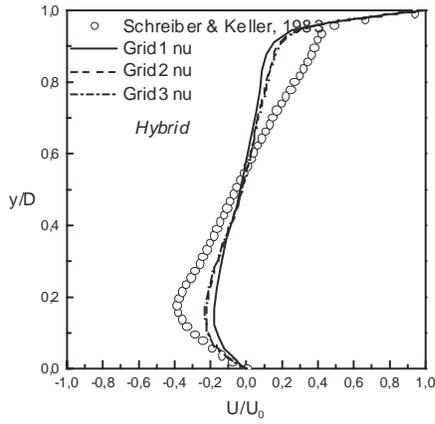


Figure (IV-7) : Schéma Hybrid avec maillage non uniforme

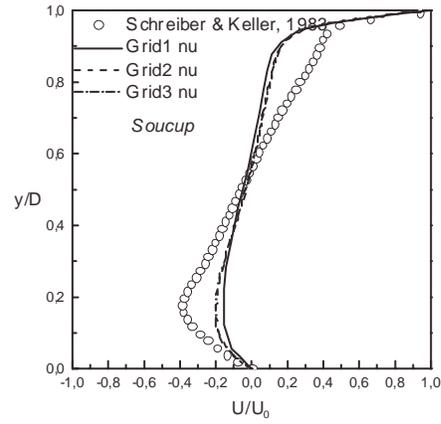


Figure (IV-8) : Schéma Soucup avec maillage non uniforme

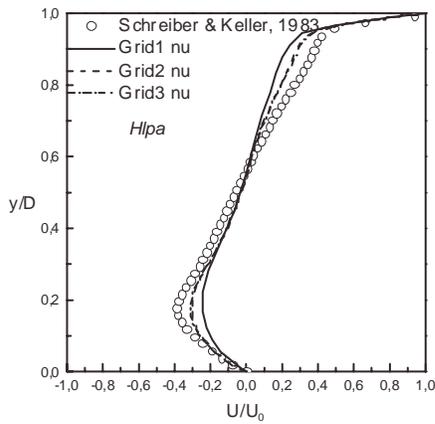


Figure (IV-9) : Schéma Hlpa avec maillage non uniforme

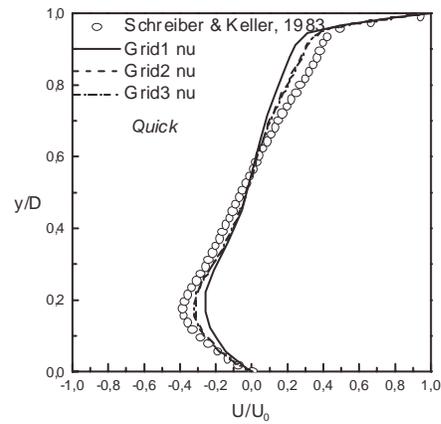


Figure (IV-10) : Schéma Quick avec maillage non uniforme

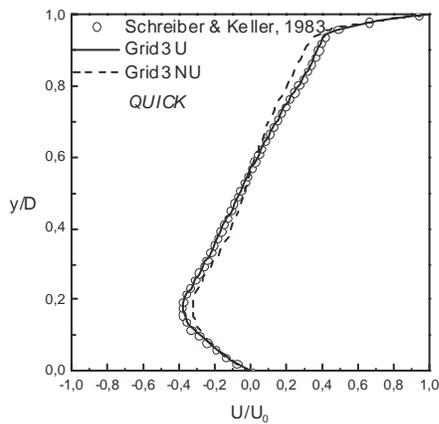


Figure (IV-11) : Schéma Quick avec maillage uniforme et non uniforme

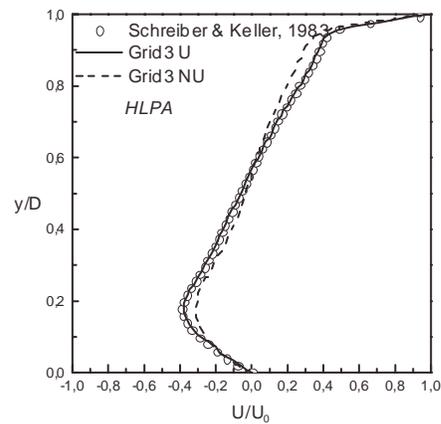


Figure (IV-12) : Schéma Hlpa avec maillage uniforme et non uniforme

## 4.2.2 Etude des schémas de convection

Dans cette partie, nous allons vérifier la précision des quatre schémas disponibles dans *FAST3D*, ensuite les six schémas non limités (*unbounded*) de la routine *coeff7*, et enfin les cinq schémas à limiteurs (*bounded*) de la routine *coeff6* (voir le chapitre III pour les routines *coeff6* et *coeff7*). Ces derniers schémas ont été implementés dans la nouvelle version du code. Pour se limiter au seul phénomène de convection, nous considérons un cas de pure convection d'un scalaire  $\phi$ , sans diffusion et sans source.

L'équation correspondante s'écrit :

$$U \cdot \text{Grad}(\phi) = 0. \quad (\text{IV-1})$$

Pour tester le cas défavorable où la direction de l'écoulement ne coïncide pas avec la direction du maillage, l'angle entre la direction de la vitesse et l'axe horizontal est fixé à  $30^\circ$ . Sur la figure (IV-13), sont représentés le domaine de calcul, la direction de la vitesse, les conditions aux limites et la solution exacte du premier test (la marche).

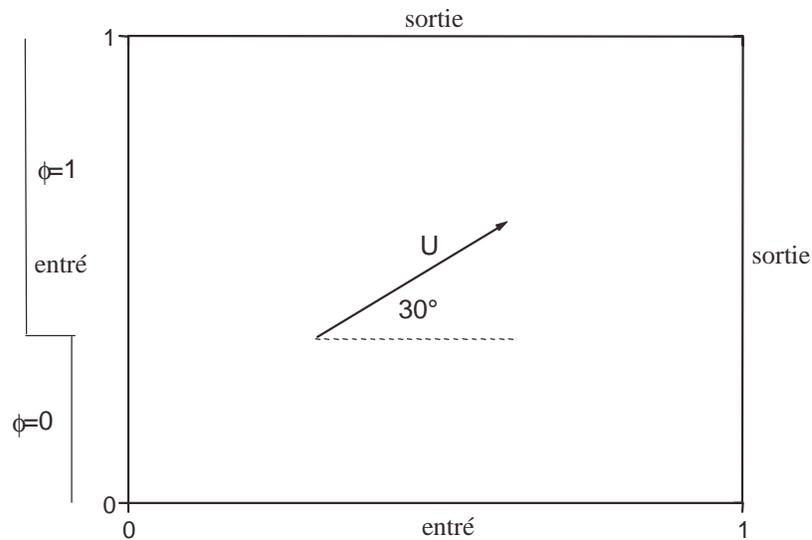


Figure (IV-13) : Cas test des schémas de convection : Profil de la marche

Pour écarter les erreurs induites par la non uniformité du maillage cités dans le paragraphe précédent, nous avons choisis un maillage uniforme constitué de  $30 \times 30$  volumes de contrôle. En s'inspirant de l'étude exhaustive menée par Jasak (1998), nous avons sélectionné trois test représentatifs. Le but est de vérifier le comportement des schémas de convection dans ces différentes situations.

Les conditions à l'entrée de Leonard (1991), citées par Jasak (1998), s'écrivent :

- Test 1 : Profil de la marche :

$$\phi(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq x < \frac{1}{6}, \\ 1 & \text{for } \frac{1}{6} \leq x \leq 1, \end{cases} \quad (\text{IV-2})$$

- Test 2 : Profil Sin<sup>2</sup> :

$$\phi(x) = \begin{cases} \sin^2 \left[ 3\pi \left( x - \frac{1}{6} \right) \right] & \text{for } \frac{1}{6} \leq x < \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{autrement,} \end{cases} \quad (\text{IV-3})$$

- Test 3 : Profil Semi-ellipse :

$$\phi(x) = \begin{cases} \sqrt{1 - \left( \frac{x - 1/3}{1/6} \right)^2} & \text{for } \frac{1}{6} \leq x < \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{autrement,} \end{cases} \quad (\text{IV-4})$$

### Profil de la marche

La solution de ce cas présente la particularité d'une discontinuité brusque rappelant l'onde de choc dans les écoulements compressibles. Cette discontinuité dans la solution exacte est un test assez sévère pour les schémas de convection. Sur la figure 14, sont comparées les solutions obtenues par les schémas disponibles dans le code *FAST3D*, comparées à la solution exacte, alors que sur la figure (IV-15) sont comparées les solutions données par la routine *coeff7* implémentée dans le code. On rappelle que cette routine utilise une formule universelle permettant de passer d'un schéma à un autre par le choix d'un paramètre. Les schémas sont tous de second ordre mais sans limiteur. La solution du schéma *HYBRID* sur la figure (IV-14) est loin d'être satisfaisante, alors que celles des autres schémas de second ordre est plus près de la solution exacte mais présente des imperfections des deux cotés de la discontinuité. Exception faite pour le schéma *HLPA*, qui est limité suivant la technique de la variable normalisée. La figure (IV-16), présente les solutions obtenues par les mêmes schémas mais en introduisant un limiteur (*coeff6*, chapitre III). L'introduction du limiteur permet de garder la précision des schémas de second ordre tout en éliminant l'imperfection de la figure (IV-15).

Enfin, pour permettre une comparaison directe nous avons rassemblé sur la figure (IV-17) le schéma *QUICK* avec et sans limiteur (*TVD*) et le schéma *HLPA* (limiteur *NVA*). La comparaison de ces schémas avec la solution exacte indique clairement l'avantage de

l'utilisation du limiteur pour ce cas test. Le schéma *QUICK* avec limiteur présente une légère supériorité sur le schéma *HLPA*.

### Profil Sin<sup>2</sup>

L'objectif de ce cas est de vérifier le comportement des différents schémas de convection dans une situation où la solution exacte présente un changement progressif passant par un maximum. Ce test est motivé par le fait que les limiteurs associés aux schémas de convection forcent ces derniers à une précision d'ordre 1 lorsqu'il y a changement de direction (maximum ou minimum). Notre but est de mettre en évidence ce point précis qui est considéré comme l'inconvénient majeur des schémas à limiteurs. Les solutions numériques comparées à la solution exacte sont représentées sur les figures (IV-18), (IV-19), (IV-20) et (IV-21). Celles-ci sont construites suivant la même stratégie du test précédent. C'est à dire que la figure (IV-18) montre la précision limitée du schéma *HYBRID* et les oscillations indésirables du schéma *QUICK*. Sur la figure (IV-19), on aboutit aux mêmes observations précédentes pour les schémas d'ordre deux sans limiteurs alors que sur la figure (IV-20) l'introduction des limiteurs empêche la solution de chevaucher hors des limites naturelles du problème. Le prix à payer est bien sur une faible précision au environ du maximum. La figure (IV-21) montre clairement que le schéma *QUICK* avec limiteur est plus performant dans la zone de changement de direction alors qu'il est moins bon que le *QUICK* sans limiteurs au environ du maximum.

### Profil Semi-ellipse

Ce test diffère du précédent par le fait que la solution change brusquement alors que le maximum n'est pas très marqué. Dans le test précédent le changement était progressif et le maximum bien marqué (sous forme de pic). Les résultats sont représentés sur les figures (IV-22), (IV-23), (IV-24) et (IV-25) et les mêmes conclusions du test précédent sont valables pour celui-ci. La différence est que l'absence du pic a fait que le schéma *QUICK* avec limiteur donne les meilleurs résultats puisqu'il n'est plus confronté à un maximum très marqué de la solution.

Pour estimer l'effort de calcul supplémentaire introduit par l'adoption des limiteurs, nous avons reporté sur le tableau (IV-1) le nombre d'itérations nécessaires pour réaliser un résidu maximum de  $10^{-5}$ , le temps de calcul global et le temps moyen consommé par chaque itération sur une machine scalaire de type *PC 333 Mhz*. La première remarque obtenue du

tableau est bien sur le nombre excessif d'itérations (575) nécessaires pour le schéma *CDS* avec un temps globale de 23 secondes. Bien que le temps alloué à chaque itération pour ce schéma est seulement de 0.04 seconde. La comparaison entre les schémas originaux du code et la routine *coeff7* que nous avons implémenté montre la supériorité de cette dernière en temps de calcul nécessaire. Le schéma *QUICK* original nécessite 0.089 secondes alors que le nôtre ne prend que 0.076, ce qui donne pour ce cas une différence d'une seconde dans le temps global du calcul. L'examen de la dernière partie du tableau révèle que l'introduction des limiteurs n'apporte aucune complication supplémentaire puisque le temps global de convergence reste pratiquement dans les mêmes limites.

En conclusion l'étude présentée ci-dessus, montre que l'adoption des limiteurs ne peut être que bénéfique, puisqu'elle permet de se débarrasser définitivement des oscillations indésirables lors des changements brusques de la solution. Cette particularité bien précieuse permet l'application des schémas à haute précision aux équations très sensibles de la turbulence. Nous avons montré aussi que la faible précision des schémas d'ordre 1 les écartent systématiquement de toute simulation raisonnable. Parmi les schémas essayés dans cette étude, le schéma à haute précision *QUICK* avec limiteur s'est avéré le meilleur de tous et sera par conséquent utilisé par défaut dans tout ce qui suit.

Tableau (IV-1). Nombre d'itérations et temps de calcul

Schémas du Fast3d	<i>HYBRID</i>	<i>QUICK</i>	<i>SOUCUP</i>	<i>HLPA</i>
Nombre d'itérations	62	79	62	53
Temps [Sec]	8	7	6	6
Temps moyen par itération [Sec]	0.129	0.089	0.097	0.113

Schémas de haute précision de la routine, coeff7	<i>CUI</i>	<i>CHAKRAVA RTHY-1</i>	<i>LUDS</i>	<i>CHAKRAVA RTHY-2</i>	<i>QUICK</i>	<i>CDS</i>
Nombre d'itérations	70	60	54	55	79	575
Temps [Sec]	6	5	5	5	6	23
Temps moyen par itération [Sec]	0.086	0.083	0.093	0.091	0.076	0.040

Schémas à limiteurs, coeff6	<i>CUI</i>	<i>CHAKRAVARTHY-1</i>	<i>LUDS</i>	<i>CHAKRAVARTHY-2</i>	<i>QUICK</i>
Nombre d'itérations	66	68	82	65	68
Temps [Sec]	5	6	6	5	5
Temps moyen par itération [Sec]	0.076	0.088	0.073	0.077	0.074

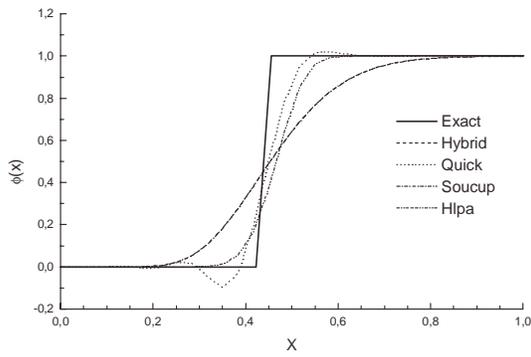


Figure (IV-14) : Profil de la marche : schémas du code Fast3D

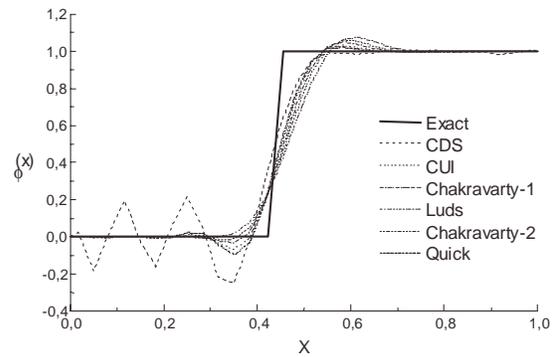


Figure (IV-15) : Profil de la marche, schémas sans limiteurs (coeff7)

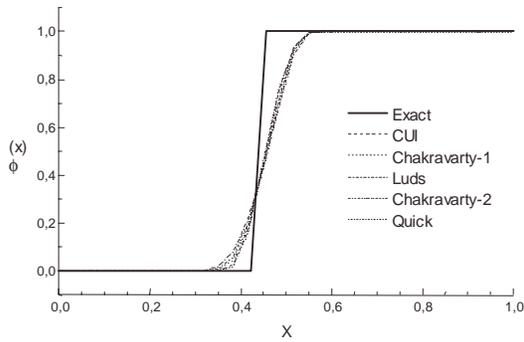


Figure (IV-16) : Profil de la marche, schémas avec limiteurs, (coeff6)

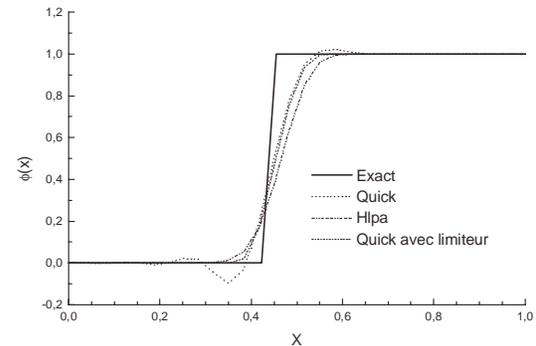


Figure (IV-17) : Profil de la marche

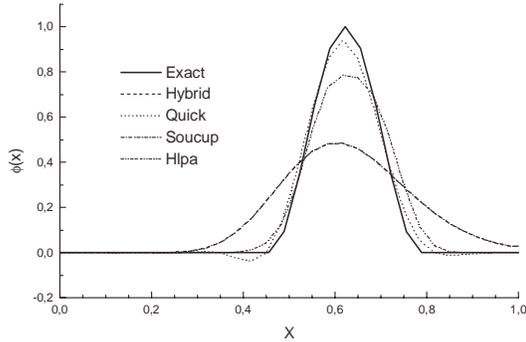


Figure (IV-18) : Profil  $\text{Sin}^2$ , schémas du code Fast3D

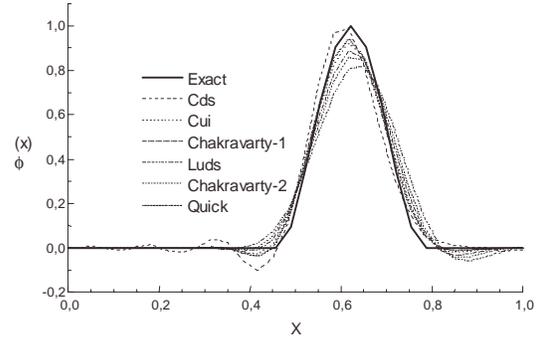


Figure (IV-19) : Profil  $\text{Sin}^2$ , schémas sans limiteurs (coeff7)

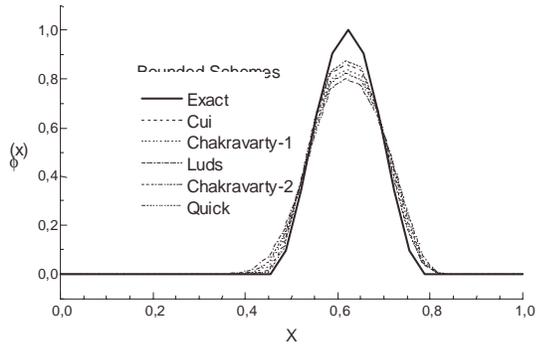


Figure (IV-20) : Profil  $\text{Sin}^2$ , schémas avec limiteurs, (coeff6)

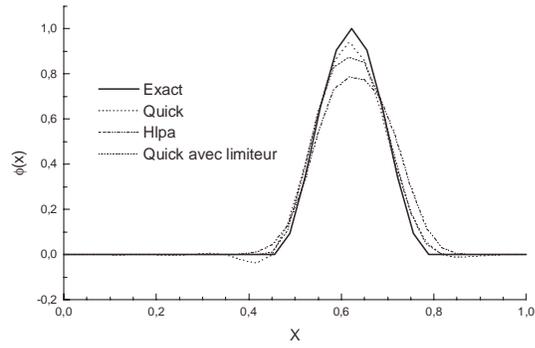


Figure (IV-21) : Profil  $\text{Sin}^2$

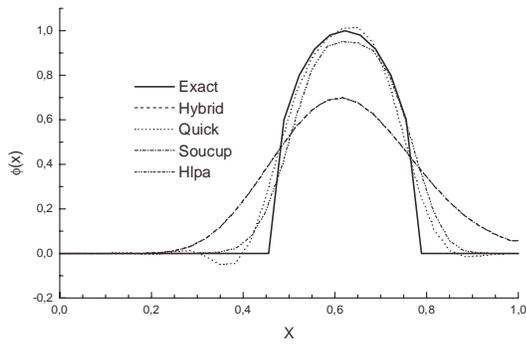


Figure (IV-22) : Profil Semi-ellipse, schémas du code Fast3D

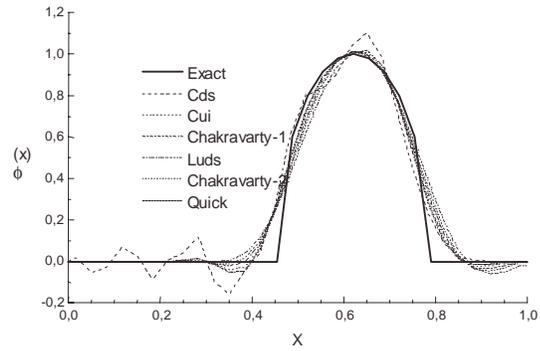


Figure (IV-23) : Profil Semi-ellipse, schémas sans limiteurs (coeff7)

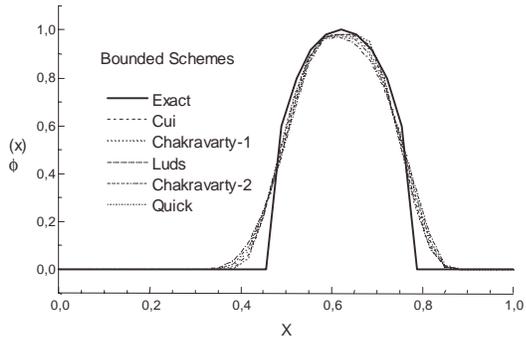


Figure (IV-24) : Profil Semi-ellipse, schémas avec limiteurs, (coeff6)

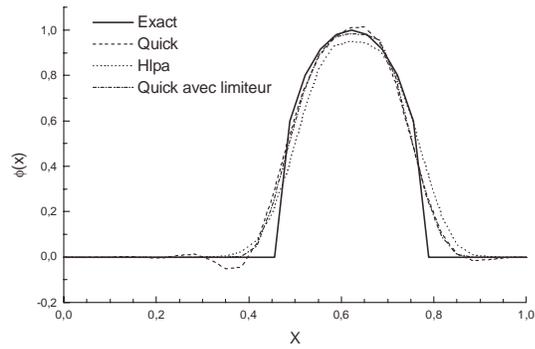


Figure (IV-25) : Profil Semi-ellipse

### 4.3 Erreurs de modélisation

Pour valider les modèles de turbulence adoptés, nous avons procédé aux essais suivants : L'écoulement turbulent complètement développé entre deux plaques parallèles et l'écoulement turbulent sur une marche descendante. Ces deux écoulements font intervenir des phénomènes assez importants et diversifiés leurs attribuant le statut de cas test largement utilisés pour la validation des codes de calcul.

#### 4.3.1 Simulation de l'écoulement turbulent pleinement développé entre deux plaques parallèles

En dépit de sa simplicité géométrique, l'écoulement turbulent pleinement développé dans un canal bi-dimensionnel est un cas-test très important. C'est par excellence le cas idéal pour calibrer la modélisation de la turbulence près des parois solides. La validation est considérablement facilitée par la disponibilité de beaucoup de mesures expérimentales et de calculs DNS aussi claires que complètes. L'écoulement en question présente donc un très bon exemple pour montrer les limites des modèles basés sur l'hypothèse de la viscosité turbulente tel que la version standard du modèle  $k-\varepsilon$ . En effet, ce type de modèles complètement isotropes est incapable de marquer la différence entre les contraintes normales et de cisaillement de Reynolds. Le cas-test est aussi un bon moyen pour montrer les limites du traitement classique des conditions aux limites avec la technique "loi de la paroi". L'utilisation d'un modèle à une seule équation pour résoudre la sous couche visqueuse est plus appropriée pour la capture des quantités turbulentes près des parois solides, tout en étant raisonnable vis à vis de la densité du maillage nécessaire (10 à 15 nœuds au lieu de 25 à 30 pour les modèles purement à bas nombre de Reynolds). Le fait que l'échelle de longueur demeure constante près de la paroi solide, rend ce type de modèles plus appropriés pour les cas de gradient de pression défavorable que les modèles purs  $k-\varepsilon$  à bas nombre de Reynolds. Notons aussi que la bonne prédiction des quantités turbulentes dans cette partie critique de l'écoulement est indispensable pour la justesse du calcul du champ thermique associé.

Dans ce cas bien précis le seul gradient de vitesse qui existe est  $\partial U / \partial y$ . Par conséquent, les termes non linéaires dans les modèles EASM n'ont plus d'influence et la principale amélioration de ces modèles est attribuée principalement aux expressions évoluées de  $C_\mu$  et au traitement près de la paroi solide.

L'un des plus importants paramètres dans ce cas est le coefficient de frottement, qui est formulé par Dean (1978) comme suit :  $C_f = 0.073Re^{-1/4}$ .

Pour la validation de nos calculs, nous avons choisi deux cas avec différent nombre de Reynolds ( $Re=6666$  et  $Re=13750$ ) et dont les résultats DNS sont disponibles dans la littérature.

Le premier cas-test est celui de Gilbert et Kleiser (1993) ayant les caractéristiques suivantes :

*Test Case: Fully Developed 2-D Channel Flow*

*Code Number: CH12\_\_PG.WL5*

*Date of Release: December, 1993*

*Computors: N. Gilbert and L. Kleiser Institute of Fluid Mechanics German Aerospace Research Establishment (DLR) Bunsenstrasse 10 D-37073 Goettingen, Germany*

*Flow conditions*

$Re_{\tau} = \delta u_{\tau} / \nu = 211$

$Re_m = 2 * \delta * U_m / \nu = 6666$

*The data presented here are non-dimensionalized by the wall variables, i.e.,  $u_{\tau}$  and  $\nu$ .*

Les fichiers des résultats DNS sont disponibles à l'adresse électronique suivante :

<http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/>

Le deuxième cas est celui de Kim et al. (1987), basé sur un nombre de Reynolds relativement élevé par rapport au précédent ( $Re=13750$ ). Les calculs DNS de Kim et al, ont été vérifiés expérimentalement plus tard par Nishino et Kasagi (1989) en utilisant la méthode dite (*three-dimensional particle tracking velocimeter measurements*).

Les modèles de turbulences appliqués sont :

- La version standard du modèle  $k-\varepsilon$  à haut nombre de Reynolds.
- Les deux modèles algébriques de type *EASM* (*Explicit Algebraic Stress Model*) de Shih et al. (1993 et 1995) où le développement des composantes du tenseur de Reynolds est limité aux termes quadratiques.
- Le modèle de Craft et al., (1996) qui est aussi de type *EASM* mais comportant les termes quadratiques et cubiques.
- Le modèle de Lien et al. (1996) de même nature que le précédent.
- Le modèle de Gatski et Speziale (1993) modifié par Lakehal et Thiele (1999), de type *EASM* quadratique.

Ces modèles seront notés respectivement *SKE*, *S93*, *S95*, *LCL*, *CLS* et *GLT*.

Le traitement des parois solides est réalisé en plus du traitement classique "loi de paroi", selon une méthode bi-couches à bas nombre de Reynolds. Les deux variantes du modèle de Rodi (1991 et 1993) sont appliquées à ce cas test, et sont notés *TLK* et *TLV* respectivement.

Les expressions de ces modèles sont développées dans le chapitre II consacré aux modèles mathématiques.

Afin d'assurer le caractère complètement développé de l'écoulement, le domaine de calcul utilisé dans cette étude est élargi jusqu'à 30 fois la distance entre les deux plaques. Une large étude de sensibilité des résultats à la taille de la grille de calcul a mené à l'adoption de 221 et 101 points dans les directions longitudinales et transversales respectivement.

Les autres conditions sont :

La vitesse débitante moyenne et fixée à  $U_m = 5 \text{ m/sec}$ , la moitié de la distance entre les deux plaques  $\delta = 0.5 \text{ m}$ , la masse volumique  $\rho = 1.2$  et la viscosité dynamique est calculé suivant le nombre de Reynolds par  $Re = \rho U_m 2\delta / \mu$ . A l'entrée du canal, l'intensité de la turbulence a été fixée à 5% et la viscosité turbulente vaut 50 fois la viscosité laminaire. Le tableau (IV-2), représente les prédictions numériques du coefficient de frottement comparées aux valeurs empiriques de Dean (1978). L'examen des valeurs ci-dessous montre qu'il y a une légère surestimation de ce coefficient et que l'approche *TLK* semble être plus appropriée pour la prédiction de ce coefficient.

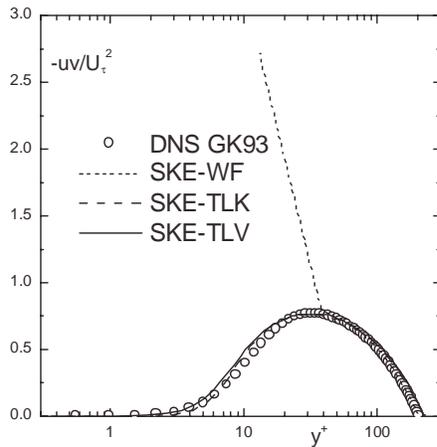
Tableau. (IV-2). Comparaison du Coefficient de frottement pour un écoulement turbulent pleinement développé dans un canal 2D.

<i>RE</i>	<i>Exp.</i>	<i>SKE-WF</i>	<i>SKE</i>	<i>S93</i>	<i>S95</i>	<i>GLT</i>	<i>LCL</i>	<i>CLS</i>	
GK92	0.0080	0.0073	0.0090	0.0086	0.0085	0.0086	0.0087	0.0087	<i>TLK</i>
6666			0.0090	0.0091	0.0086	0.0092	0.0073	0.0093	<i>TLV</i>
KM87	0.0067		0.0067	0.0067	0.0064	0.0068	0.0068	0.0071	<i>TLK</i>
13750			0.0073	0.0072	0.0067	0.0074	0.0074	0.0073	<i>TLV</i>

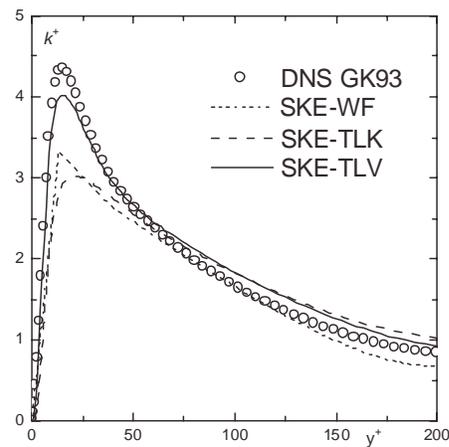
Sur les figures (IV-26a, b, c et d) sont présentés les résultats de nos calculs comparés aux résultats du calcul *DNS* de Gilbert & Kleiser (1993). La comparaison est faite respectivement pour les grandeurs suivantes : tensions croisées de Reynolds, énergie cinétique de turbulence, sa dissipation et les tensions normales de la turbulence. Nos résultats concernent le modèle standard *k-ε* couplé à une procédure de loi logarithmique de la paroi ainsi que les deux variantes du modèle bi-couches notés *TLK* et *TLV*. On rappelle que ce dernier modèle est basé

sur une distribution de la composante normale de fluctuation de la vitesse  $v'$  basée sur les résultats *DNS* de Kim et al. (1987).

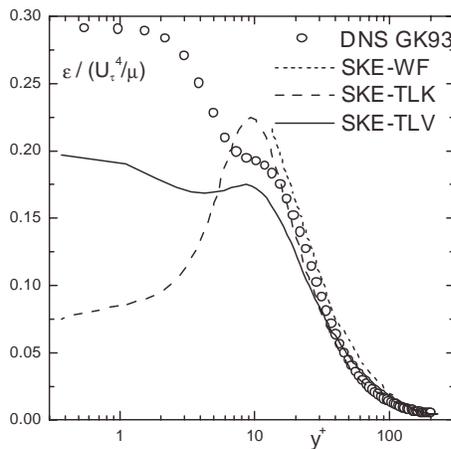
On note tout d'abord sur la figure (IV-26a) que jusqu'à environ ( $y^+ = 200$ ), les tensions croisées de la turbulence sont parfaitement reproduit par les deux modèles *TLK* et *TLV*. Cependant, le pic de  $k^+$  est bien capter par le modèle *TLV*, alors qu'il est sous-estimé par le modèle *TLK*, figure (IV-26b). Cette défaillance est une conséquence directe de la surestimation de  $\varepsilon^+$  enregistrée au environ de l'endroit où  $k^+$  atteint son maximum. On note aussi sur la figure (IV-26c) que le modèle *TLK* se comporte de la même manière que les autres modèles à bas nombre de Reynolds en sous estimant sensiblement la valeur maximale de  $\varepsilon^+$  près de la paroi solide. La défaillance des modèles basés sur la théorie de la viscosité turbulente à séparer les composantes normales de Reynolds est bien évidente sur la figure (IV-26d).



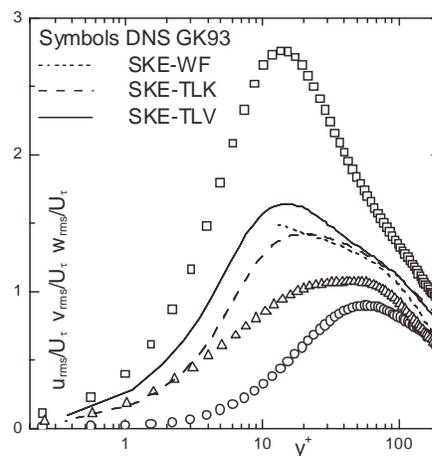
(a) Profil des tensions turbulentes croisées.



(b) Profil de l'énergie turbulente.



(c) Profil de la dissipation de l'énergie turbulente.



(d) Profils des tensions turbulentes normales.

Figure (IV-26) : Ecoulement turbulent complètement développé entre deux plaques parallèles,  $Re = 6666$ , *DNS* (Gilbert & Kleiser, 1992)

Une sélection des résultats issus du test des modèles algébriques est représentée par les figures (IV-27a, b, c et d). La comparaison concerne les composantes normales de la turbulence du modèle quadratique *GS/LT* ainsi que le modèle cubique *CLS*. Les résultats des deux approches *TLK* et *TLV* sont comparés au calcul *DNS*. L'examen de ces figures met en évidence l'aptitude de l'ensemble des modèles algébriques à séparer les différentes composantes du tenseur de Reynolds, sans toutefois égaler celle faite par le calcul *DNS*. Il est clair aussi que les résultats issus de l'approche *TLV* sont meilleurs que ceux de *TLK* et que le modèle quadratique *GS/LT* l'emporte sur le *CLS*. Ce dernier ainsi que les autres modèles algébriques (non représentés) ne séparent pas assez les composantes normales ( $v^+$ ) et latérales ( $w^+$ ) par rapport à la paroi solide.

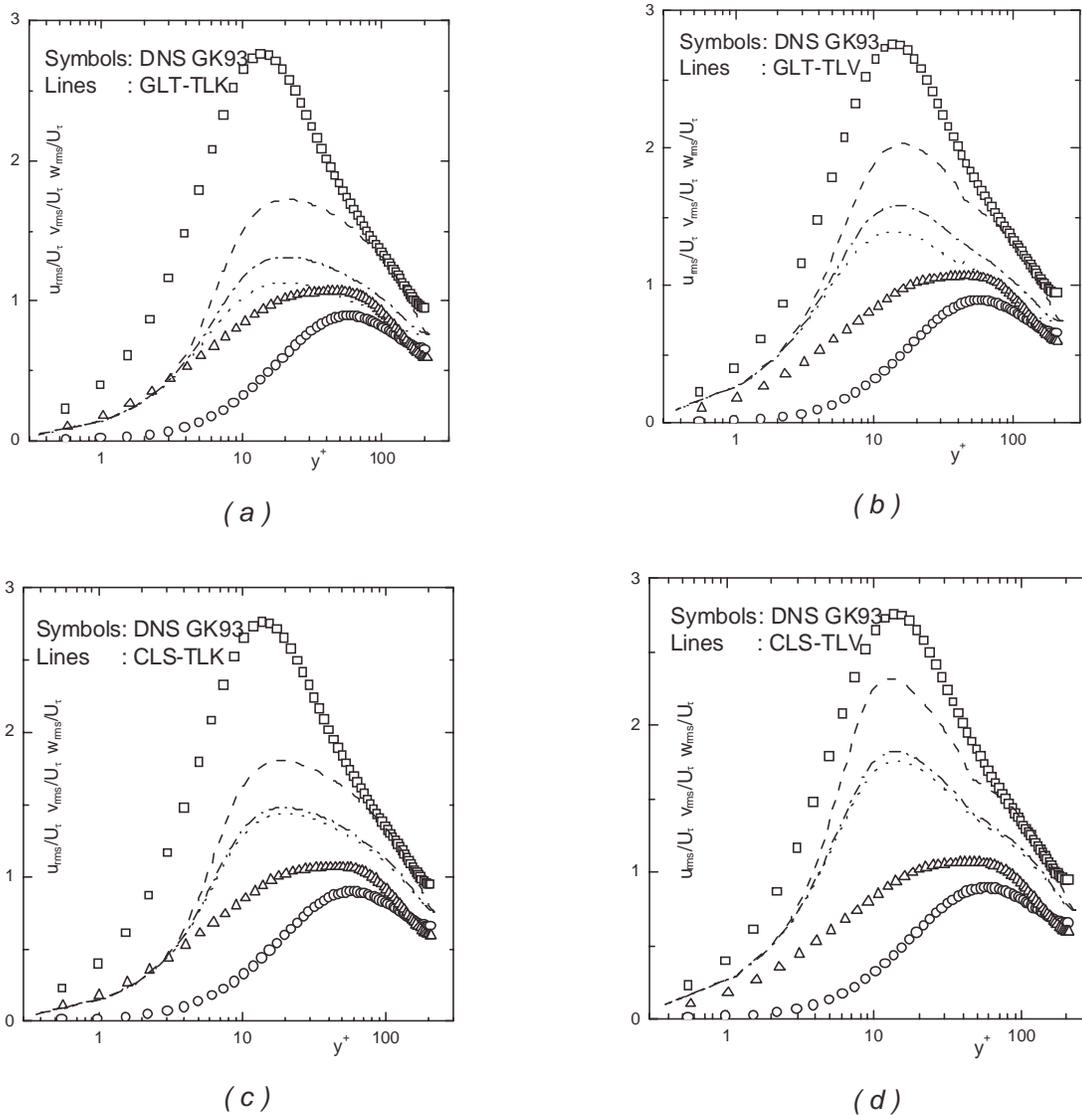


Figure (IV-27) : Ecoulement turbulent complètement développé entre deux plaques parallèles,  $Re= 6666$ , DNS (Gilbert & Kleiser, 1992)

Bien que la reproduction exacte de ces composantes n'est pas primordiale pour un écoulement attaché comme celui de notre test, elle est très appréciée dans le cas d'écoulements secondaires (*vortex*). A l'issue de ce test, nous pouvons dire que l'utilisation d'un modèle non-linéaire à deux équations couplé à un modèle non-linéaire à une équation dans la zone affectée par la viscosité, peut constituer une alternative assez robuste et concurrente aux procédures purement à bas nombre de Reynolds.

La confrontation des résultats issus de notre test sur le cas de Kim et al. (1987) aux calculs DNS est légèrement meilleure que celle enregistrée pour le cas test précédent. Ceci est dû sûrement au fait que le nombre de Reynolds ( $Re = 13750$ ) de ce cas est plus élevé que celui de Gilbert & Kleiser (1993). Les conclusions qu'on pourrait tirer de ces résultats sont similaires à ceux du cas test précédent, ainsi nous avons choisi de ne pas encombrer ce mémoire par d'autres figures.

#### 4.3.2. Simulation de l'écoulement turbulent sur une Marche descendante (*turbulent backward facing step flow*)

Cette configuration est le cas-test le plus utilisé pour la validation des codes de calcul et plus spécialement les modèles de turbulence. Il a été codifié sous le numéro *0421*, lors de la classification des cas-test à la conférence de *Stanford* sur les écoulements turbulents en 1981 (Nallasamy, 1987).

Bien que la configuration géométrique d'un tel écoulement semble être assez simple, l'écoulement est en effet très complexe puisqu'il est associé à des phénomènes physiques tel que le décollement de la couche limite, son ré-attachement, un gradient de pression inverse accompagné d'un bulbe de recirculation et la courbature des lignes de courant. Tous ces phénomènes doivent être captés et estimés avec justesse, ce qui rend ce cas particulièrement difficile à modéliser numériquement.

La première configuration testée dans cette étude est celle étudiée expérimentalement par Kim et al. (1978) et numériquement par Shih et al. (1993) et (1995). Elle sera dorénavant notée cas *KK78*. Notre choix pour cette configuration est motivé par le fait qu'elle a été choisie par Shih et al. (1993) et (1995) lors de la présentation de leur modèles *EASM*. La validation par ce cas sera pour nous une assurance de la bonne implémentation du modèle dans notre code de calcul. La deuxième configuration est celle étudiée par Lee and Moin (1992). Elle correspond à un cas de faible nombre de Reynolds ( $Re = 5100$ ) où les résultats détaillés obtenus par la méthode *DNS* sont disponibles sur le réseau Internet. Elle sera notée cas *LM92*.

La figure (IV-30) associée au tableau (IV-3) résume tous les paramètres des deux cas test.

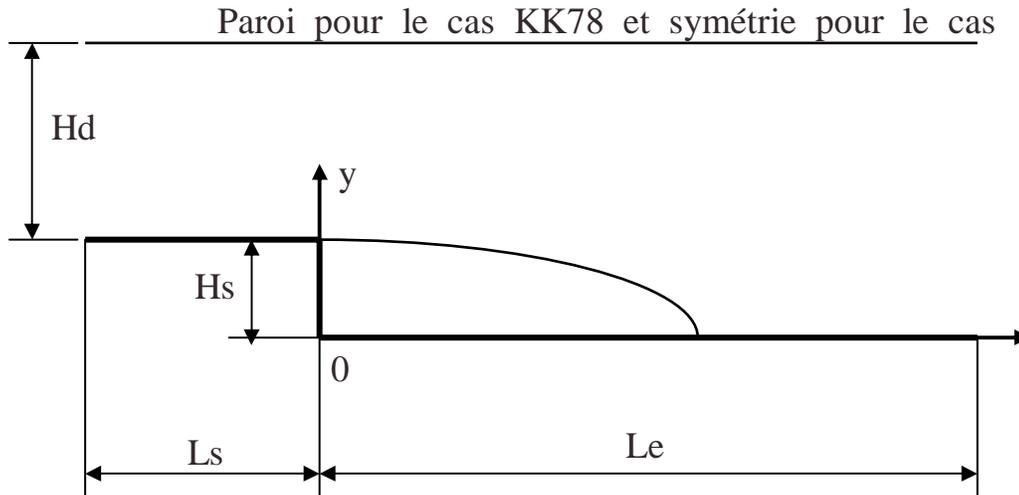


Figure (IV-30) : Géométrie de la marche descendante.

Tableau (IV-3) : Paramètres du cas test de la marche descendante.

Cas	Re	$\delta$	Ls	Le	Hs	Hd	$U_{ref}$
KK78	44737	0.6	10	40	1	2	1
LM9	5100	-	3	27	1	5	1

### Cas KK78

Ce cas a été étudié numériquement à deux reprises par le même groupe de chercheurs (Shih et al., 1993) et (Shih et al., 1995) avec deux modèles de type *EASM* que nous avons repris dans notre étude et qui sont notés *SZL93* et *SZL95* respectivement (voir le chapitre II). Un profil de vitesse suivant une fonction puissance d'ordre 6 avec épaisseur de la couche limite  $\delta$  mentionnée au tableau (IV-3) est appliqué à l'entrée du domaine de calcul. Comme nous ne disposons pas des profils de  $k$  et  $\varepsilon$  à l'entrée, nous avons appliqué une intensité de turbulence de l'ordre de 5% et une dissipation de l'énergie cinétique turbulente  $\varepsilon$  selon la loi  $\varepsilon = C_{\mu}^{3/4} k^{3/2} / L$ . Où  $L = \min(0.41\Delta y, 0.085\delta)$  et  $\Delta y$  est la distance entre le point de calcul et la paroi solide. Ces deux expressions ont été utilisées par Shih et al, (1993) et (1995).

La taille du maillage utilisé pour cette configuration est inspirée de l'étude numérique conduite par Shih et al. (1993), où l'étude de sensibilité numérique a montré que les résultats obtenus par la grille fine se composant de  $200 \times 92$  volumes de contrôles dans les directions  $x$  et  $y$  respectivement, sont numériquement indépendants de la taille de la grille de calcul.

Pour ce cas nous ne disposons que de la longueur de ré-attachement qui est d'ailleurs un important paramètre de validation pour le cas de la marche descendante. Le tableau (IV-4) présente cette longueur, calculée par les différents modèles de turbulence considérés par la

présente étude, comparée aux valeurs expérimentales ainsi que celles calculées par Shih et al. (1993) et Obi et al. (1989) avec un modèle de type *RSM*.

La première constatation qui constitue pour nous une assurance de la bonne implémentation du modèle S93 et S95 dans le code de calcul, montre la correspondance des résultats obtenus par cette étude ("loi de paroi") avec ceux obtenus par Shih et al. (1993) et (1995) (toujours en "loi de paroi"). Le code de calcul original étant le même, la très faible différence est sûrement due aux conditions à l'entrée qui sont légèrement différentes puisque nous ne disposons pas des profils à l'entrée contrairement à Shih et al. (1993). Un autre facteur d'influence sera peut être le taux de raffinement du maillage adopté pour les deux calculs.

Les résultats du tableau (IV-4) montrent clairement la nette amélioration apportée par les modèles EASM par rapport à la version standard du modèle  $k - \varepsilon$  et aussi l'avantage d'une approche type bi-couche. Il est mentionné par Shih et al. (1993) que cette amélioration est due principalement à l'expression évoluée de  $C_\mu$  et que l'anisotropie du modèle ne joue qu'un rôle marginal dans un tel cas-test.

Tableau (IV-4) : Longueurs de ré-attachement du cas test KK78 de la marche descendante.

Exp, KK78	SKE de Shih et al. 1993	SZL93 de Shih et al. 1993	SZL95 de Shih et al. 1995	RSM de Obi et al. 1989
7 ± 0.5	6.35	7.35	7.27	6.44

Exp, KK78	SKE-TLK	SZL93-TLK	SZL95-TLK	GLT-TLK	LCL-TLK
7 ± 0.5	6.21	7.48	6.98	6.67	7.15

### Cas LM92

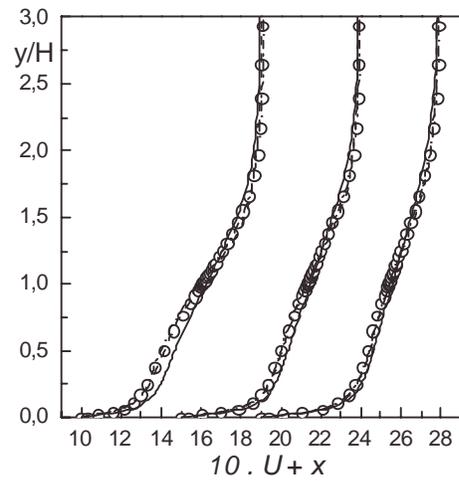
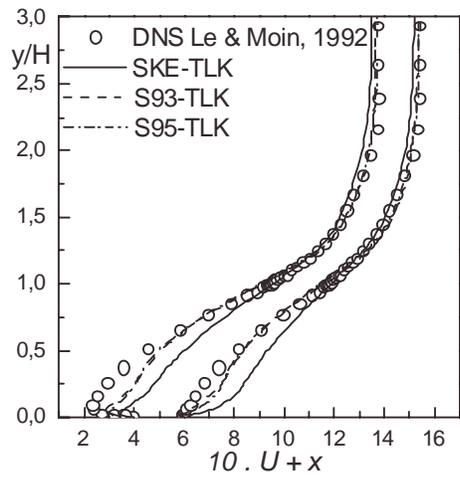
Notre choix pour cette configuration est motivé par le fait de disposer de fichiers complets des profils de toutes les variables du cas dans différentes stations après la marche, y compris dans la zone de recirculation. Le cas est aussi caractérisé par son faible nombre de Reynolds. On note aussi, qu'une condition de symétrie est appliquée à la frontière supérieure de la marche et qu'on dispose des profils de la vitesse moyenne et l'énergie cinétique turbulente à l'entrée du domaine de calcul. La dissipation a été calculée en supposant une viscosité turbulente égale à cinquante fois la viscosité moléculaire ( $\mu_t = 50 \cdot \mu$ ).

L'étude de sensibilité aux maillages basée sur trois grilles différentes a aboutit à un maillage optimal non uniforme composé de 191×121 points suivant les coordonnées  $x$  et  $y$  respectivement. Un raffinement du maillage est appliqué au voisinage du coin de la marche dans les deux directions et aussi près des parois solides.

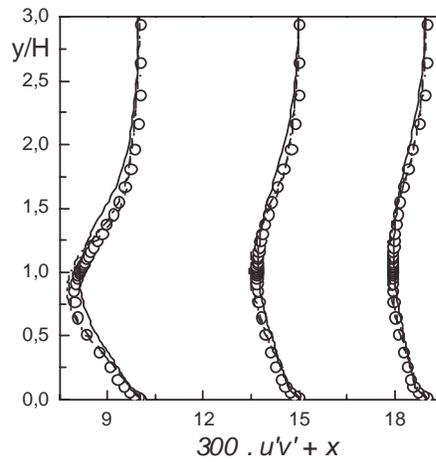
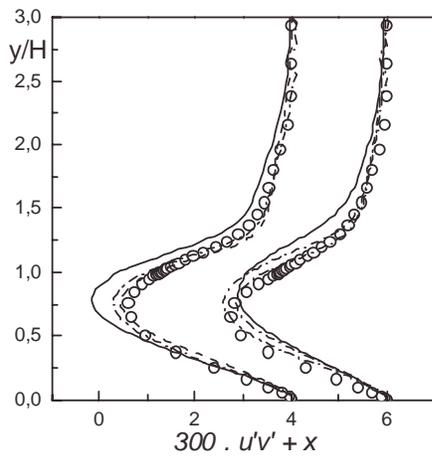
Les figures (IV-31) et (IV-32) comparent les profils de la vitesse longitudinale, les contraintes de cisaillement de Reynolds et l'énergie cinétique turbulente en plusieurs positions après la marche descendante, avant et après le point de ré-attachement. Sur la première figure sont rassemblés les résultats du modèle *SKE*, des modèles *EASM* (*SZL93* et *SZL95*) et ceux de la méthode DNS de Lee and Moin (1992), et sur la seconde on compare les modèles *GLT* et *LCL*. Les figures (IV-31a) et (IV-32a) montrent la supériorité des modèles *EASM* à mieux capter les profils de la vitesse dans la zone de recirculation, spécialement l'écoulement de retour. Un peu plus loin ( $x/H > 20$ ) tous les profils coïncident avec les résultats DNS.

Conformément à beaucoup d'investigations précédentes (Michelassi, 1996), il a été trouvé que la version standard du modèle  $k - \varepsilon$  sur-estime l'énergie cinétique turbulente dans la zone de recirculation, figures (IV-31c) et (IV-32c). Ces figures montrent aussi que les modèles *EASM* reproduisent assez fidèlement un bon niveau de l'énergie cinétique turbulente dans la zone de recirculation.

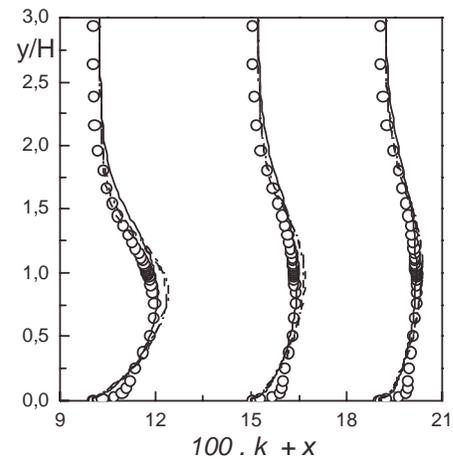
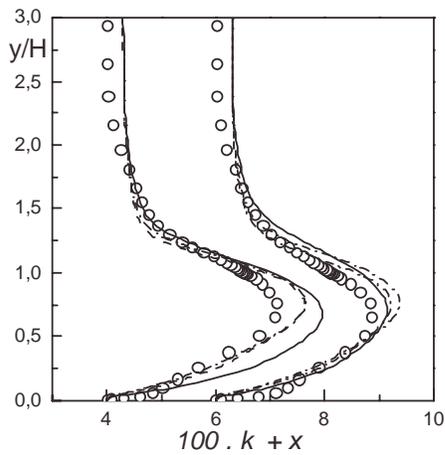
L'examen des figures (IV-31c) et (IV-31d) et (IV-32c) et (IV-32d) confirme les constatations avancées par Nallasamy (1987), qui explique que la sous estimation de la longueur de ré-attachement est liée à une énergie de turbulence élevée dans la zone de recirculation. La sur-estimation du niveau des contraintes de cisaillement dans cette zone produit un niveau élevé de la viscosité turbulente.



( a )

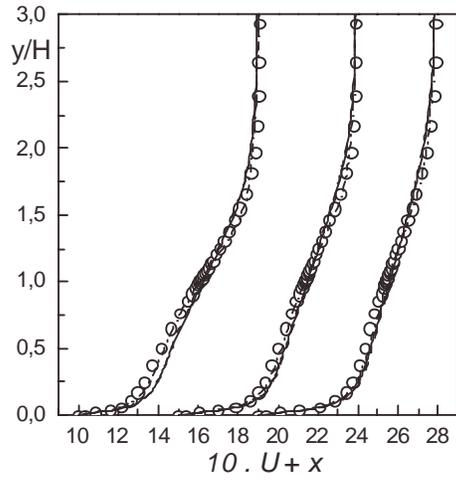
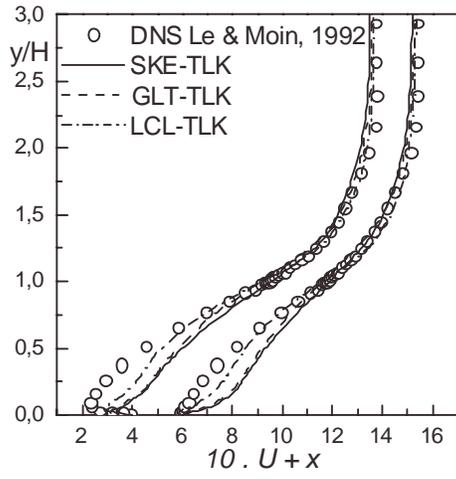


( b )

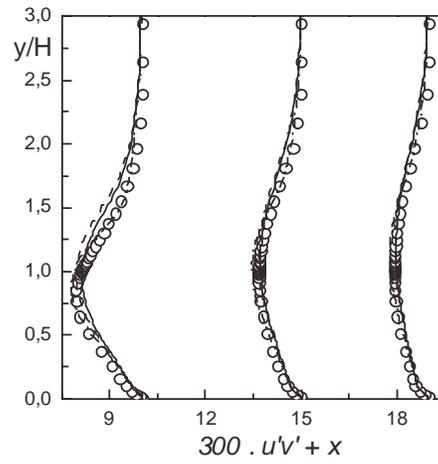
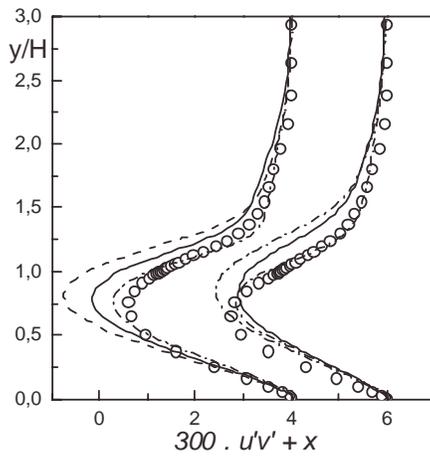


( c )

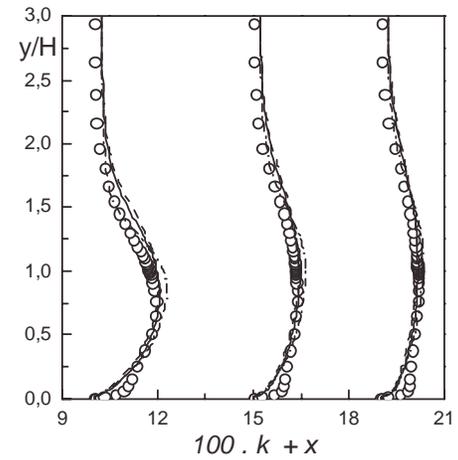
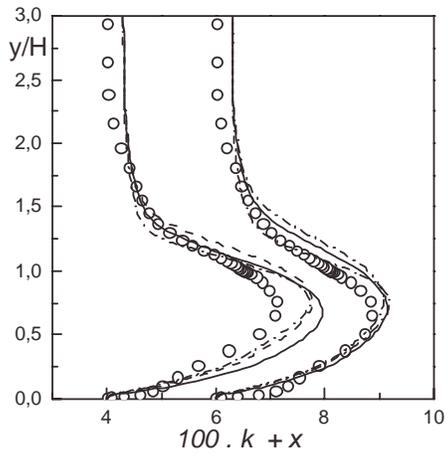
Figure (IV-31) : Ecoulement turbulent sur une marche descendante,  $Re = 5100$ . SKE, S93 et S95



(a)



(b)



(c)

Figure (IV-32) : Ecoulement turbulent sur une marche descendante,  $Re = 5100$ . SKE, GLT et LCL

